

**Kopplung von Einteilchenbewegung
an kollektive Freiheitsgrade;
Energiespektren, elektromagnetische Übergänge und
Momente von Kernen in der Bleigegend**

Bernd Schwesinger

1976

Kopplung von Einteilchenbewegung an kollektive
Freiheitsgrade; Energiespektren, elektromagnetische
Übergänge und Momente von Kernen in der Bleigegend.

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereiches Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München



vorgelegt von
Bernd Schwesinger

München
September 1976

I. Referent: Prof. Dr. M. Weigel

2. Referent: Prof. Dr. W. Hering

Tag der mündlichen Prüfung: 9.12. 1976



Abstract

A theory of moments and transitions in even-odd nuclei is derived using field theoretical methods in the framework of Green's functions. These quantities are shown to be connected with the effective particle-hole force (irreducible vertex part) and the linear response function. The linear response function describes the change of the density of the nucleus due to an external perturbation and contains the information on the energy and structure of the excitations in even-even and odd-odd nuclei. After performing a renormalization of the force necessitated by the truncation of the configuration space and by the quasiparticle approximation, the response function can be obtained by solving a linear eigenvalue problem, the so-called renormalized RPA-equations. The effective particle-hole interaction is deduced from a bare nucleon-nucleon interaction, thus avoiding the usual energy independent, phenomenological ansatz for the force. For the sake of simplicity this force is calculated for nuclear matter and transposed to finite nuclei by means of a local density approximation.

The knowledge of the response function determined with practically no adjustable parameters enables the calculation of the energy spectra of even-even and odd-odd nuclei and of the electromagnetic moments and transition rates of even-odd and even-even nuclei. Comparison with experimental data for nuclei in the lead and the oxygen region shows excellent agreement for the spectra and good agreement for moments and transition rates.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554616_0074

Zusammenfassung

Mit feldtheoretischen Methoden unter Verwendung der Greenfunktionen wird eine Theorie der Momente und Übergänge in (gerade,ungerade)-Kernen hergeleitet. Dabei wird gezeigt, daß diese Größen mit der effektiven Teilchen-Loch-Wechselwirkung (irreduzibler Vertexpart) und der linearen Antwortfunktion des benachbarten (gerade,gerade)-Kerns zusammenhängen. Die Antwortfunktion beschreibt die Änderung der Kerndichte unter der Wirkung einer äußeren Störung und enthält insbesondere die Information über Energie und Struktur der Anregungen in den (gerade,gerade)- und (ungerade, ungerade)-Kernen. Nach einer Renormierung der Wechselwirkung, die durch die Beschränkung des Konfigurationsraumes und durch die Quasiteilchennäherung zu den Greenfunktionen bedingt wird, ergibt sich die Antwortfunktion als Lösung einer linearen Eigenwertgleichung, der renormierten RPA-Gleichung. Im Gegensatz zu den üblichen, energieunabhängigen phänomenologischen Ansätzen zur effektiven Teilchen-Loch-Wechselwirkung wird diese in der vorliegenden Arbeit ausgehend von einer freien Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung berechnet. Die dabei zugrunde gelegten Kernmaterieverhältnisse werden dann im Sinne einer lokalen Dichtenäherung auf endliche Kerne übertragen.

Auf diese Weise werden praktisch ohne freie Parameter die Energiespektren der (gerade,gerade)- und (ungerade, ungerade)-Kerne sowie Übergänge und Momente in den (ungerade,gerade)- und den (gerade,gerade)-Kernen berechnet. Die Rechnungen für die Kerne der Blei- und der Sauerstoffgegend ergeben gute Werte für die Energiespektren und zufriedenstellende Werte für Übergänge und Momente.

Inhalt

	Seite
1. Einleitende Bemerkungen.	1
2. Formalismus.	4
2.1 Beschreibung eines Fermionensystems mit Feldoperatoren.	4
2.2 Funktionalmethode.	7
2.3 Matrixelemente von Einteilchenoperatoren in (gerade, ungerade)-Kernen.	11
2.4 Der Einfluß von Näherungen zu L^0 .	15
2.5 Transformation in den Energieraum und Spektraldarstellungen.	17
3. Näherungen.	23
3.1 Leiternäherung zur irreduziblen Teilchen- Loch-Wechselwirkung I.	23
3.2 Übertragung der effektiven Wechselwirkung in Kernmaterie auf endliche Kerne.	28
3.3 Quasiteilchennäherung.	31
3.4 Renormierte RPA-Gleichung, renormierte Gleichung für Einteilchenmatrixelemente.	34
3.5 Einige Aussagen über die effektiven Ein- teilchenoperatoren.	40
4. Ankopplung des elektromagnetischen Feldes.	45
4.1 Elektrische und magnetische Multipol- operatoren.	45
5. Anwendung auf endliche Kerne.	49
5.1 Sphärische Tensoren, reduzierte Matrix- elemente.	49
5.2 Reduzierte Matrixelemente der Multipol- operatoren.	51

	Seite
5.3 Reduzierte Matrixelemente von Zweiteilchenoperatoren in der Teilchen-Loch-Kopplung.	53
5.4 Drehimpulsreduzierte RPA-Gleichungen für gg-Kerne und die benachbarten Spiegelkerne.	55
5.5 Reduzierte Gleichung für Übergänge und Momente in ug-Kernen.	59
6. Wahl der Wechselwirkung.	61
6.1 Die irreduzible Teilchen-Loch-Wechselwirkung mit dem Puffischen Potential.	61
6.2 Effektive Delta-Kräfte.	65
7. Numerische Auswertung, Ergebnisse.	68
7.1 Anwendung der Theorie auf die Bleigegend.	68
7.2 Programmierung.	69
7.3 Parameterwahl.	71
7.4 RPA-Ergebnisse für ^{208}Pb , ^{208}Bi , ^{208}Tl , ^{16}O , ^{16}F , ^{16}N .	76
7.5 Ergebnisse für Übergänge und Momente in ^{208}Pb , ^{207}Pb , ^{207}Tl , ^{209}Pb , ^{209}Bi .	83
7.6 Diskussion der Ergebnisse.	86
8. Schlußbemerkungen.	93
A. Anhänge.	96
A.1 Abschätzung des mittleren Schwerpunktsimpulses für I.	96
A.2 Berechnung der Radialintegrale der Wechselwirkung.	98
A.3 Formelsammlung für (3-j)-, (6-j)-, (9-j)- Symbole.	100
A.4 Zusammenstellung der Eingabedaten.	103
Abbildungen.	105
Tabellen.	114
Literaturverzeichnis	137

1. Einleitende Bemerkungen

Die experimentelle und theoretische Untersuchung der Wechselwirkung von Kernen mit dem elektromagnetischen Feld hat mehr als irgendein anderes Phänomen zum Verständnis des Kernaufbaus beigetragen. Ihre Bedeutung verdankt die elektromagnetische Wechselwirkung mehreren Tatsachen. Von allen vier fundamentalen Kräften, starke, elektromagnetische, schwache und Gravitationswechselwirkung, wird sie am besten verstanden. Zweitens ist die Stärke der elektromagnetischen Wechselwirkung hinreichend groß, um leicht beobachtbare Effekte zu verursachen, gleichzeitig aber so schwach im Vergleich zu den Kernkräften, daß die störungstheoretische Behandlung zur quantitativen Beschreibung ausreicht. Bei den in dieser Arbeit betrachteten elektromagnetischen Übergängen und Momenten in Kernen kommt noch hinzu, daß deren Berechnung im Gegensatz zur Bestimmung der Energiespektren alleine eine wesentlich strengere Prüfung von Theorien darstellt, weil dabei nicht nur die Eigenwerte sondern auch die Eigenvektoren des Hamiltonoperators in die Ergebnisse eingehen.

Die letzte Tatsache wird zum Beispiel vom Schalenmodell deutlich wiedergegeben. Zur Erklärung des Kernaufbaus und der Energieniveaux in (gerade, ungerade)-Kernen leistet es gute Dienste, die sich ergebenden Werte für elektromagnetische Übergangswahrscheinlichkeiten und Momente in (gerade, ungerade)-Kernen liegen dagegen oft weit vom experimentellen Wert entfernt. Man hat versucht, diese Unterschiede durch eine effektive Ladung oder ein effektives magnetisches Moment des zum inerten (gerade, gerade)-Kern hinzugefügten Nukleons zu erklären. Diese effektiven Größen werden durch die Vorstellung begründet, daß das hinzugefügte Nukleon eine durch die Kernkräfte erzeugte Polarisationswolke weiterer Nukleonen in seine Bewegung einbezieht, und daß diese Quasiteilchen genannte Gesamtheit von Nukleon und Polarisationswolke eine andere Ladung und ein anderes magnetisches Moment trägt. Nach dieser Vor-

stellung hängt die Beschaffenheit der mitgeführten Wolke nicht sehr vom speziellen Zustand des hinzugefügten Nukleons ab, weswegen Quantenzahlen, die das hinzugefügte Nukleon beschreiben, gleichzeitig auch auf die Quasiteilchen übertragen werden; dies erklärt, warum die Kernniveaux durch Schalenmodellquantenzahlen klassifiziert werden können. Da eine quantitativ befriedigende Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten und Momente aber nur durch zustandsabhängige effektive Ladungen und Momente erreicht werden kann, steht dies im Widerspruch zur Vorstellung von Quasiteilchen, deren Polarisationswolke nicht sehr vom speziellen Zustand abhängt.

So richtet sich die nächste Frage an den bisher am Prozess unbeteiligt gedachten gg -Rumpfkern: wie reagiert der gg -Kern auf ein äußeres Feld? Die Wirkung eines zeitabhängigen äußeren Feldes wird entweder den im Grundzustand befindlichen Kern zu Eigenschwingungen anregen, mit anderen Worten Phononen erzeugen, an denen das hinzugefügte Quasiteilchen in einen anderen Zustand streuen kann, oder es findet die umgekehrte Reaktion statt. Die Untersuchung dieser Prozesse ist das Ziel der vorliegenden Arbeit.

Der zur Beschreibung benutzte Formalismus hält sich eng an das eben erwähnte Bild, da er durch zwei Größen gekennzeichnet wird, die bestimmt werden: die Funktion L , die die Änderung der Dichte eines Kerns unter der Wirkung eines schwachen äußeren Feldes angibt, und unter dem Namen "lineare Antwortfunktion" bekannt ist, sowie die effektive Wechselwirkung I , die die Streuung eines Quasiteilchens an einem Phonon bewirkt. Die Herleitung dieser Größen erfolgt im Rahmen einer exakten Vielteilchentheorie, die auf feldtheoretischen Methoden beruht.

Ausgehend von der freien Nukleon- Nukleon-Wechselwirkung wird die effektive Wechselwirkung I in Kernmaterie berechnet und ergibt sich in der hier benutzten Leiternäherung als die verallgemeinerte Streuamplitude zweier Nukleonen, bei der sich

der Effekt des umgebenden Mediums in einer veränderten Energie-Impuls-Beziehung äußert. Die Übertragung der effektiven Wechselwirkung in Kernmaterie auf endliche Kerne erfolgt dann im Sinne einer lokalen Dichtenäherung, die an jedem Punkt im endlichen Kern Kernmaterieverhältnisse der entsprechenden Dichte ansetzt. Weitere Näherungen, die hauptsächlich die lineare Antwortfunktion L betreffen, werden konsequent durch das oben skizzierte Bild von Quasiteilchen begründet. Vernachlässigte Beiträge, die aus Abweichungen von der Quasiteilchenbewegung weit von der Fermikante folgen, können durch eine Renormierung der Wechselwirkung I berücksichtigt werden.

Im Unterschied zu ähnlichen Rechnungen (Mig67, BER75) wird in dieser Arbeit der phänomenologische Ansatz für die effektive Wechselwirkung I vermieden. Daraus ergibt sich, daß die hergeleiteten Gleichungen und die errechneten Ergebnisse praktisch parameterfrei sind, eine im Gegensatz zu phänomenologischen Ansätzen theoretisch befriedigendere Situation. Da bei der Herleitung der effektiven Wechselwirkung I im endlichen Kern Kernmaterieverhältnisse in lokaler Dichtenäherung angesetzt werden, stellt I eine auf alle Kerne bis auf die leichtesten anwendbare Wechselwirkung dar. Dies zusammen mit der Tatsache, daß die Anregungsenergien des gg -Kerns sowie der direkt benachbarten uu -Kerne aus der linearen Antwortfunktion L errechnet werden können, ermöglicht es, Übergänge und Momente in den ug -Kernen, Anregungsenergien und Übergänge im gg -Kern und die Anregungsenergien in den uu -Kernen praktisch parameterfrei zu bestimmen. In dieser Arbeit werden die entsprechenden Ergebnisse für die Kerne ^{208}Pb , ^{209}Bi , ^{209}Pb , ^{207}Tl , ^{207}Pb , ^{208}Bi , ^{208}Tl und ^{16}O , ^{16}F , ^{16}N angegeben.

2. Formalismus

Die ersten Unterkapitel skizzieren in Kürze einen Formalismus für Vielfermionensysteme, der auf feldtheoretischen Methoden unter Verwendung der Greenfunktionen beruht. Dieser Formalismus ist ausführlich in vielen Standardwerken der Vielteilchentheorie beschrieben (Ab63, Sc64, BK62, No64, FW71). Die folgende Darstellung soll deshalb in erster Linie Bezeichnungen und Phasenkonventionen festlegen, die innerhalb dieser Arbeit ihre Gültigkeit haben. Die letzten Unterkapitel enthalten dann ausführlicher die Herleitung einer Gleichung, die Einteilchenbewegung über dem Hintergrund eines Vielteilchensystems beschreibt. Eine Veranschaulichung der ersten Kapitel erfolgt in (2.5) durch Fouriertransformation in den Energieraum und durch Spektraldarstellungen einiger Größen.

2.1 Beschreibung eines Fermionensystems mit Feldoperatoren

Ein System wechselwirkender Fermionen kann in sehr kompakter Weise durch die Feldoperatoren $\psi_\alpha^\dagger$ und ψ_β beschrieben werden. Die Indizes sollen einen vollständigen Satz von Quantenzahlen bezeichnen; für Nukleonen zum Beispiel $\alpha = (l, \sigma, \tau)$ oder $\alpha = (n, j, l, m, \sigma, \tau)$. * Weil ein Mehrfermionenzustand durch vollständige Antisymmetrie bei Vertauschung je zweier Fermionen ausgezeichnet ist, genügen die Feldoperatoren den Vertauschungsbeziehungen ($\{A, B\} = AB + BA$)

$$\{\psi_\alpha^\dagger, \psi_\beta\} = \delta_{\alpha\beta} \quad , \quad \{\psi_\alpha, \psi_\beta\} = 0.$$

2.1.1

*durch $\underline{r}$ werde der Ortsvektor, durch σ der Spin und durch τ der Isospin bezeichnet. n, j, l, m geben in einer sphärischen Basis die Radialquantenzahl, den Gesamtarehimpuls, den Bahndrehimpuls und die magnetische Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses an.

Der Hamiltonoperator H eines Fermionensystems wird bei Beschränkung auf Zweikörperkräfte durch die Feldoperatoren ausgedrückt,

$$H = T_{\alpha\beta} \psi_{\alpha}^{\dagger} \psi_{\beta} + \frac{1}{4} V_{\alpha\beta\gamma\delta} \psi_{\alpha}^{\dagger} \psi_{\beta}^{\dagger} \psi_{\gamma} \psi_{\delta}, \quad 2.1.2$$

$$T_{\alpha\beta} = \langle \alpha | T | \beta \rangle, \quad V_{\alpha\beta\gamma\delta} = \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle - \langle \alpha\beta | V | \delta\gamma \rangle.$$

T steht für alle im System wirkenden Einteilchenoperatoren wie kinetische Energie, äußere Felder, mittleres Einteilchenpotential, V ist die Summe aller Zweiteilchenoperatoren wie Wechselwirkung oder Restwechselwirkung. Über doppelt vorkommende Indizes soll summiert oder integriert werden, falls es nicht ausdrücklich anders vermerkt wird.

Der Übergang vom Schrödingerbild mit explizit zeitunabhängigen Operatoren und zeitabhängigen Zustandsvektoren zum Heisenbergbild mit explizit zeitunabhängigen Zustandsvektoren und explizit zeitabhängigen Operatoren wird durch die unitäre Transformation

$$\psi_i = e^{iHt_i} \psi_{i0} e^{-iHt_i} = \psi_i(t_i), \quad \psi_i^{\dagger} = e^{iHt_i} \psi_{i0}^{\dagger} e^{-iHt_i} = \psi_i^{\dagger}(t_i) \quad 2.1.3$$

bewerkstelligt. Der Index i soll jetzt $i=(t_i, \alpha)$ bezeichnen, und es wird $\hbar=1$ gesetzt.

Durch die Einführung einer verallgemeinerten Wechselwirkung

$$V_{12,1'2'} = \delta(t_1 - t_2) \delta(t_2 - t_{1'}) \delta(t_{1'} - t_{2'}) V_{\alpha\beta\gamma\delta} \quad 2.1.4$$

und des Schrödingeroperators

$$S_{11'} = \delta(t_1 - t_{1'}) \left(-i \delta_{\alpha\alpha'} \frac{\partial}{\partial t_1} + T_{\alpha\alpha'} \right) \quad 2.1.5$$

folgt aus den Heisenbergschen Bewegungsgleichungen

$$i \dot{\psi}_i = [\psi_i, H], \quad i \dot{\psi}_i^{\dagger} = [\psi_i^{\dagger}, H] \quad 2.1.6$$

eine Bewegungsgleichung für die Feldoperatoren

$$S_{11'} \psi_{1'} + \frac{1}{2} V_{12'1'2'} \psi_{2'}^\dagger \psi_{2'} \psi_{1'} = 0. \quad 2.1.7$$

Die Berechnung des Erwartungswertes eines Operators erfordert die Kenntnis der Erwartungswerte über Produkte von Feldoperatoren, in einfachen und den häufigsten Fällen, die Kenntnis der Erwartungswerte über $\psi\psi^\dagger, \psi^\dagger\psi$ oder über gewisse Permutationen von $\psi\psi\psi^\dagger\psi^\dagger$. Für diese Erwartungswerte läßt sich eine Bewegungsgleichung ähnlich derjenigen für die Feldoperatoren (2.1.7) ableiten. Durch die Verwendung des Zeitparameters zusammen mit dem Zeitordnungsoperator T (Dysonoperator) lassen sich diese Bewegungsgleichungen für verschiedene Permutationen der Feldoperatoren ψ und $\psi^\dagger$ in sehr kompakter Weise formulieren.

Durch

$$g_{1\dots n, 1'\dots n'} = (-i)^n \langle 0 | T \psi_1 \dots \psi_n \psi_{n'}^\dagger \dots \psi_{1'} | 0 \rangle \quad 2.1.8$$

werde die normale 2n-Punkt Greenfunktion definiert (Mig66). T ordnet die Feldoperatoren von links nach rechts im Sinne wachsender Zeitargumente, und $|0\rangle$ bezeichnet den normierten Grundzustand des Fermionensystems, $\langle 0|0\rangle = 1$. Die Zweipunkt-funktion lautet dann zum Beispiel

$$g_{11'} = -i \langle 0 | \psi_1 \psi_{1'}^\dagger | 0 \rangle \theta(t_1 - t_{1'}) + i \langle 0 | \psi_{1'}^\dagger \psi_1 | 0 \rangle \theta(t_{1'} - t_1) \quad 2.1.9$$

wenn mit

$$\theta(t-t') = \begin{cases} e^{-0(t-t')} & \text{für } t > t' \text{ (0 infinitesimal und positiv)} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad 2.1.10$$

definiert wird.

Eine Bewegungsgleichung folgt jetzt aus der Anwendung des Schrödingeroperators (2.1.5) auf die 2n-Punkt Greenfunktion (WW71) unter Beachtung der Bewegungsgleichung der Feldoperatoren (2.1.7) (für $n=0$ gelte $g=1$)

$$-S_{11'} g_{1'2\dots n, 1'2'\dots n'} + \frac{i}{2} V_{12'1'2'} g_{1'2\dots n, (n+1)'}^\dagger g_{1'2'\dots n', (n+1)'}^{++} = \sum_{h=1}^n (-1)^{h+1} g_{1h' 2\dots n, 1' (m-1)' (m+1)'}^\dagger g_{1'2'\dots n', h'} \quad 2.1.11$$

Die Pluszeichen an den Indizes legen die Zeiten und damit die Reihenfolge derjenigen Feldoperatoren fest, für die durch die verallgemeinerte Wechselwirkung $V_{1(n+1),n(n+1)}$ die Zeiten gleichgesetzt wurden, so daß

$$t_{(n+1)}' = t_{n+1} + 0 \quad \text{und} \quad t_{n+1} = t_{1n} + 0.$$

Das Integrodifferentialgleichungssystem (2.1.11) koppelt die $2n$ -Punktfunktion mit der $2(n-1)$ -Punktfunktion und über die Wechselwirkung mit der $2(n+1)$ -Punktfunktion.

2.2 Funktionalmethode.

Die Entkopplung des Gleichungssystems der Greenfunktionen (2.1.11), das Funktionen beliebig hoher Korrelation miteinander verbindet, kann dadurch erreicht werden, daß die Effekte höherer Korrelationen auf die Wechselwirkung übertragen werden. Diese verliert dadurch ihre sehr einfache Zeitstruktur. Die Entkopplung kann durch eine von Baym und Kadanoff (BK61, BK62) und Brenig und Wagner (BW63) angegebene Funktionalmethode erfolgen.

$q_{1n'}$ sei ein schwaches, zeitabhängiges äußeres Feld, so daß das Funktional von q

$$g_{1n'} = (-i) \frac{\langle 0 | T \psi_1 \psi_1^+ e^{iU} | 0 \rangle}{\langle 0 | T e^{iU} | 0 \rangle}, \quad U = q_{22} \psi_2 \psi_2^+ \quad 2.2.1$$

als Reihe im Sinne der Störungstheorie definiert ist (Sw61).

$g_{1n'}$ ist die 2-Punktfunktion für das Fermionensystem im äußeren Feld q . Dies kann man nachprüfen, indem man den Schrödingeroperator (2.1.5) auf q anwendet,

$$-(S_{11n'} + q_{1n'}) g_{1n'} + \frac{i}{2} V_{21/2'} g_{12',1'2''} = d_{1n'}, \quad 2.2.2$$

wobei

$$g_{12',1'2''} = (-i)^2 \frac{\langle 0 | T \psi_1 \psi_2 \psi_2^+ \psi_1^+ e^{iU} | 0 \rangle}{\langle 0 | T e^{iU} | 0 \rangle}. \quad 2.2.3$$

Eine erste wichtige Größe ist die Reaktion des Systems in erster Ordnung auf eine äußere Störung

$$L_{12,1'2'} = i \frac{\delta g_{11'}}{\delta q_{2'2}} = -i g_{12,1'2'} + i g_{11'} g_{22'} \quad 2.2.4$$

L wird im Grenzfall $q \rightarrow 0$ die lineare Antwortfunktion genannt, und es erweist sich als nützlich, durch

$$L_{12,1'2'}^0 = i g_{12'} g_{21'} \quad 2.2.5$$

den unkorrelierten Teil von L zu bezeichnen.

Mit der Einführung des Massenoperators, eines effektiven Einteilchenpotentials,

$$\sum_{11''} g_{11''} = -\frac{i}{2} V_{12,1'2'} g_{1''2'} + g_{1''2''} \quad 2.2.6$$

wird die Herleitung einer Bewegungsgleichung für die lineare Antwortfunktion ermöglicht.

Zunächst folgt damit aus (2.2.2) die Dysongleichung

$$-(S_{11''} + q_{11''} + \sum_{11'''} g_{11'''}) g_{1''1'} = \delta_{11'} \quad 2.2.7$$

Durch Funktionalableitung der Dysongleichung nach dem äußeren Feld q unter Berücksichtigung, daß $-S-q-Z$ der inverse Operator zu q ist (2.2.7), folgt die Gleichung

$$\frac{\delta g_{11'}}{\delta q_{2'2}} = g_{12'} g_{21'} + g_{13} \frac{\delta Z_{33'}}{\delta q_{2'2}} g_{3'1'} \quad 2.2.8$$

Diese Gleichung kann durch Einsetzen von (2.2.4), (2.2.6) und (2.2.7) umgeformt werden zu

$$\sum_{11''} = -i V_{12,1'2'} g_{22} + \frac{i}{2} V_{12',32} g_{33'} \frac{\delta Z_{3'1'}}{\delta q_{2'2}} \quad 2.2.9$$

Iteration der Gleichung (2.2.9) und (2.2.8) liefert eine Reihe für Z , die nur V und Funktionalableitungen von g enthält, so daß Z nur über q von q abhängt.

$$\frac{\delta Z_{11'}}{\delta q_{2'2}} = \frac{\delta Z_{11'}}{\delta q_{3'3}} \frac{\delta g_{3'3}}{\delta q_{2'2}} \quad 2.2.10$$

Die Ableitung des Massenoperators nach der 2-Punktfunktion wird für $q \rightarrow 0$ irreduzible Teilchen-Loch-Wechselwirkung genannt und soll hier durch

$$I_{12'1'2'} := i \frac{\delta \Sigma_{11'}}{\delta q_{2'2}} \quad 2.2.11$$

bezeichnet werden. Der Grund für diese Benennung wird geklärt werden, wenn der Zusammenhang zwischen I, V und g hergeleitet sein wird. Zunächst sei nur bemerkt, daß I eine effektive Zweiteilchenwechselwirkung darstellt.

Das Einsetzen der Gleichung (2.2.10) und der Definitionen (2.2.4), (2.2.5) und (2.2.11) in Gleichung (2.2.8) ergibt eine Bethe-Salpeter-Gleichung

$$L_{12'1'2'} = L_{12'1'2'}^0 - L_{13'1'3'}^0 I_{3'4'34} L_{42'4'2'}, \quad 2.2.12$$

der in dieser Arbeit eine wesentliche Bedeutung zukommt. Für den Massenoperator schreibt sich (2.2.9) zusammen mit der Definition von I

$$\Sigma_{11'} = -i V_{12'1'2'} g_{2'2} - \frac{i}{2} V_{12'32} g_{33'} I_{3'4'1'4} L_{42'4'2'}, \quad 2.2.13$$

und ermöglicht im Prinzip durch Ableitung nach g eine Gleichung für I; diese enthält die Ableitung von L nach g , welche aus (2.2.12) berechnet werden kann. Dazu bietet es sich an, (2.2.12) in der Form

$$L_{12'1'2'} = L_{12'1'2'}^0 - L_{13'1'3'}^0 T_{3'4'34} L_{42'4'2'}^0 \quad 2.2.14$$

zu schreiben, und offensichtlich gilt dann

$$T_{12'1'2'} = I_{12'1'2'} - I_{13'1'3'} L_{3'4'34}^0 T_{42'4'2'}, \quad 2.2.15$$

etwa durch Vergleich der Iterationen von (2.2.12), (2.2.15). T ist eine verallgemeinerte Streuamplitude und wird entweder als solche oder einfach als T-Matrix bezeichnet. (2.2.13) wird jetzt mit der T-Matrix auf die Form

$$\begin{aligned} \Sigma_{11'} &= -i V_{12'1'2'} g_{2'2} - \frac{i}{2} V_{12'32} g_{33'} T_{3'4'1'4} L_{42'4'2'}^0 \\ &= -i V_{12'1'2'} g_{2'2} + \frac{i}{2} V_{12'32} g_{33'} g_{42'} g_{24'} T_{5'4'1'4} \end{aligned} \quad 2.2.16$$

gebracht.

Die Ableitung von (2.2.16) nach g ergibt eine weitere I und T verknüpfende Gleichung

$$\begin{aligned} I_{12,1'2'} = & V_{12,1'2'} + \frac{i}{2} V_{1234} g_{33'} g_{44'} T_{3'4',1'2'} \\ & + \frac{i}{2} V_{1432'} g_{33'} g_{44'} T_{3'2',1'4} \\ & + \frac{i}{2} V_{13'2'4} g_{33'} g_{44'} T_{2'4',1'3} \\ & + \frac{i}{2} V_{14'25} g_{33'} g_{44'} g_{55'} \frac{\delta T_{3'5',1'4}}{\delta g_{2/2}}. \end{aligned} \quad 2.2.17$$

Durch Einsetzen dieses Ausdrucks in (2.2.15) folgt dann eine Gleichung für die T-Matrix, die nur von T und $\frac{\delta T}{\delta g}$ abhängt. Gleichungen (2.2.15) und (2.2.17) schreiben sich mit Feynman-graphen*

$$\begin{array}{c} 1' \\ \boxed{T} \\ 2' \end{array} \begin{array}{c} 1' \\ 2 \end{array} = \boxed{I} - i \begin{array}{c} 1' \\ \boxed{I} \\ \boxed{T} \\ 2' \end{array} \begin{array}{c} 1' \\ 2 \end{array},$$

$$\begin{array}{c} 1' \\ \boxed{I} \\ 2' \end{array} \begin{array}{c} 1' \\ 2 \end{array} = \begin{array}{c} 1' \\ \bullet \\ 2' \end{array} \begin{array}{c} 1' \\ 2 \end{array} + \frac{i}{2} \begin{array}{c} 1' \\ \boxed{T} \\ 2' \end{array} \begin{array}{c} 1' \\ 2 \end{array} + \frac{i}{2} \begin{array}{c} 1' \\ \boxed{T} \\ 2' \end{array} \begin{array}{c} 1' \\ 2 \end{array} + \frac{i}{2} \begin{array}{c} 1' \\ \boxed{T} \\ 2' \end{array} \begin{array}{c} 1' \\ 2 \end{array} + \begin{array}{c} 1' \\ \boxed{\frac{\delta T}{\delta g}} \\ 2' \end{array} \begin{array}{c} 1' \\ 2 \end{array}.$$

Offenbar kann man keinen Graphen, der zu I beiträgt, durch einen Schnitt einer Teilchen-Loch-Linie zwischen den Punktepaaren $(1,2')$ und $(1',2)$ trennen. I heißt deshalb die irreduzible Teilchen-Loch-Wechselwirkung. Die T-Matrix dagegen ist reduzibel und setzt sich gerade aus den Graphen zusammen, die durch Verkettung der I untereinander mit je einer Teilchen-Loch-Linie entstehen.

Durch Vernachlässigung von $\frac{\delta T}{\delta g}$ und aller Terme, in denen I oder T quadratisch vorkommen, entkoppelt das Gleichungssystem (2.2.15), (2.2.17).

$$\boxed{T} = \bullet + \frac{i}{2} \begin{array}{c} \boxed{T} \\ 2' \end{array} + \frac{i}{2} \begin{array}{c} \boxed{T} \\ 2' \end{array} + \frac{i}{2} \begin{array}{c} \boxed{T} \\ 2' \end{array} - i \begin{array}{c} \boxed{T} \\ 2' \end{array},$$

$$\boxed{I} = \bullet + \frac{i}{2} \begin{array}{c} \boxed{I} \\ 2' \end{array} + \frac{i}{2} \begin{array}{c} \boxed{I} \\ 2' \end{array} + \frac{i}{2} \begin{array}{c} \boxed{I} \\ 2' \end{array}.$$

* $A_{12,1'2'}$ soll der Graph $\begin{array}{c} 1' \\ \boxed{A} \\ 2' \end{array} \begin{array}{c} 1' \\ 2 \end{array}$ zugeordnet sein, der antisymmetrisierten instantanen Wechselwirkung V ein Punkt $\bullet$.

Diese Graphen entsprechen den Gleichungen

$$\begin{aligned}
 T_{12'1'2'} &= V_{12'1'2'} + \frac{i}{2} V_{1234} g_{33'} g_{44'} T_{3'4'1'2'} \\
 &+ \frac{i}{2} V_{14'32'} g_{33'} g_{44'} T_{3'2'1'4'} \\
 &+ \frac{i}{2} V_{13'2'4} g_{33'} g_{44'} T_{2'4'1'3} \\
 &- i V_{14'1'3} g_{33'} g_{44'} T_{3'2'42'} ,
 \end{aligned}
 \tag{2.2.18}$$

$$\begin{aligned}
 I_{12'1'2'} &= V_{12'1'2'} + \frac{i}{2} V_{1234} g_{33'} g_{44'} I_{3'4'1'2'} \\
 &+ \frac{i}{2} V_{14'32'} g_{33'} g_{44'} I_{3'2'1'4'} \\
 &+ \frac{i}{2} V_{13'2'4} g_{33'} g_{44'} I_{2'4'1'3} .
 \end{aligned}
 \tag{2.2.19}$$

Der zweite Summand in (2.2.18) und (2.2.19) summiert die Leitergraphen; der letzte Summand in (2.2.18) summiert die Blasengraphen. Die restlichen dritten und vierten Summanden in (2.2.18) und (2.2.19) stellen Austauschsterme zu den Blasengraphen dar. Näherungen zu T oder I werden oft nach den nicht vernachlässigten Termen benannt; so sind zum Beispiel in der Leiternäherung T und I gleich.

2.3 Matricelemente von Einteilchenoperatoren in (gerade, ungerade)-Kernen.

In den vorangehenden Kapiteln (2.2) und (2.3) sind keine Annahmen über den Grundzustand $|0\rangle$, (2.1.8) und (2.2.1) gemacht worden. Doch zeigt es sich, daß der hergeleitete Formalismus nur für eine bestimmte Klasse von Kernen brauchbar ist. Durch die Beschränkung auf Erwartungswerte von Feldoperatoren, bei denen Erzeuger und Vernichter in jeweils gleicher Anzahl vorkommen, wird die Behandlung von Kernen mit nicht abgeschlossenen Schalen unzureichend. Bei diesen Kernen wird die Berücksichtigung von Paarungseffekten unerläßlich. Die Beschreibung der Paarungseffekte erfolgt bisher in einer Theorie, die die

Teilchenzahl des Kerns nicht mehr als scharfe Quantenzahl behandelt, so daß dann auch Erwartungswerte wie $\langle 0 | \psi^\dagger \psi | 0 \rangle$ mit ungleicher Anzahl von Erzeugern und Vernichtern wichtig werden (Mig66, No64). Deshalb beschränkt sich der hier skizzierte Formalismus auf Kerne in der Nähe abgeschlossener Proton- und Neutronschalen, den normalen Systemen. Gute Beispiele normaler Systeme sind die doppelmagischen Kerne und die entsprechenden Nachbarkerne, die durch Hinzufügen oder Herausnahme eines Nukleons entstehen. Im Folgenden soll deshalb $|0\rangle$ immer den Grundzustand eines gg-Kerns mit A Nukleonen bezeichnen, bei dem Paarungseffekte keine Rolle spielen.

Bekanntlich lassen sich viele Aspekte der Nachbarkerne zu doppelmagischen Kernen recht gut durch ein passend gewähltes Einteilchenmodell beschreiben, in dem die Wirkung der Restnukleonen durch ein Einteilchenpotential angenähert wird. Dieser Sachverhalt läßt sich auch durch

$$\langle 0 | \psi_\alpha | 0_\alpha \rangle \sim 1, \quad | 0_\alpha \rangle = | A+1, \alpha \rangle,$$

$$\langle 0 | \psi_\beta^\dagger | 1_\beta \rangle \sim 1, \quad | 1_\beta \rangle = | A-1, \beta \rangle, \quad 2.3.1$$

ausdrücken, wobei α bzw. β Quantenzahlen einer passend gewählten Einteilchenbasis darstellen.

(2.3.1) kann schärfer formuliert werden:

solange $\langle 0 | \psi_\alpha | 0_\alpha \rangle \neq 0$ bzw. $\langle 0 | \psi_\beta^\dagger | 1_\beta \rangle \neq 0$, gilt folgende Darstellung (Em71, WE70, Wei72)

$$| 0_\alpha \rangle = \lim_{\eta \rightarrow 0} \eta \int_{-\infty}^{-\tau} e^{i\eta t - iE_\alpha t + \eta t} dt \frac{\psi_\alpha^\dagger | 0 \rangle}{\langle 0_\alpha | \psi_\alpha^\dagger | 0 \rangle} = \lim_{\eta \rightarrow 0} \eta \int_{\tau}^{\infty} e^{i\eta t - iE_\alpha t - \eta t} dt \frac{\psi_\alpha^\dagger | 0 \rangle}{\langle 0_\alpha | \psi_\alpha^\dagger | 0 \rangle},$$

$$| 1_\beta \rangle = \lim_{\eta \rightarrow 0} \eta \int_{-\infty}^{-\tau} e^{i\eta t - iE_\beta t + \eta t} dt \frac{\psi_\beta | 0 \rangle}{\langle 1_\beta | \psi_\beta | 0 \rangle} = \lim_{\eta \rightarrow 0} \eta \int_{\tau}^{\infty} e^{i\eta t - iE_\beta t - \eta t} dt \frac{\psi_\beta | 0 \rangle}{\langle 1_\beta | \psi_\beta | 0 \rangle}. \quad 2.3.2$$

E_α bzw. E_β bezeichnen die Energie des Zustandes $|Q_\alpha\rangle$ bzw. $|A_\beta\rangle$
 $H|Q_\alpha\rangle = E_\alpha|Q_\alpha\rangle$, $H|A_\beta\rangle = E_\beta|A_\beta\rangle$, $H|0\rangle = E_0|0\rangle$ 2.3.3

Der Beweis kann durch Einschleiben einer Eins ($\sum_{\alpha'} |Q_{\alpha'}\rangle \langle Q_{\alpha'}|$ bzw. $\sum_{\beta} |A_{\beta}\rangle \langle A_{\beta}|$) zwischen Projektor und Feldoperator erbracht werden (WE70).

Die Matrixelemente eines Einteilchenoperators

$$Q = q_{\delta\gamma} \psi_{\delta}^{\dagger} \psi_{\gamma} \quad 2.3.4$$

zwischen Zuständen in den unmittelbar zu $|0\rangle$ benachbarten ug-Kernen lauten

$$\begin{aligned} \langle Q_{\alpha} | Q | Q_{\beta} \rangle &= q_{\delta\gamma} \langle Q_{\alpha} | \psi_{\delta}^{\dagger} \psi_{\gamma} | Q_{\beta} \rangle \\ \langle A_{\alpha} | Q | A_{\beta} \rangle &= q_{\delta\gamma} \langle A_{\alpha} | \psi_{\delta}^{\dagger} \psi_{\gamma} | A_{\beta} \rangle. \end{aligned} \quad 2.3.5$$

Mit Hilfe der Projektionsoperatoren (2.3.2) und den in (2.1.3) definierten Heisenbergoperatoren werden die Matrixelemente (2.3.5) mit der normalen 4-Punktfunktion (2.1.8) in Verbindung gebracht (Wei72).

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} \langle Q_{\alpha} | Q | Q_{\beta} \rangle \\ \langle A_{\alpha} | Q | A_{\beta} \rangle \end{aligned} \right\} &= q_{\delta\gamma} \lim_{\eta, \eta' \rightarrow 0} \eta \eta' \int_{\tau}^{\infty} dt_1 e^{i(E_{\alpha}-E_0)t_1 - \eta t_1} \int_{-\infty}^{-\tau'} dt_2 e^{-i(E_{\beta}-E_0)t_2 - \eta' t_2} \\ &\cdot \left\{ \begin{aligned} \langle 0 | \psi_{\alpha}(t_1) \psi_{\delta}^{\dagger}(0^+) \psi_{\gamma}(0^-) \psi_{\beta}^{\dagger}(t_2) | 0 \rangle &\langle 0 | \psi_{\alpha} | Q_{\alpha} \rangle^{-1} \langle Q_{\beta} | \psi_{\beta}^{\dagger} | 0 \rangle^{-1} \\ \langle 0 | \psi_{\alpha}^{\dagger}(t_1) \psi_{\delta}^{\dagger}(0^+) \psi_{\gamma}(0^-) \psi_{\beta}(t_2) | 0 \rangle &\langle 0 | \psi_{\alpha}^{\dagger} | A_{\alpha} \rangle^{-1} \langle A_{\beta} | \psi_{\beta} | 0 \rangle^{-1} \end{aligned} \right\}. \end{aligned} \quad 2.3.6$$

Verfügt man über die Zeiten τ, τ' so, daß $\tau > 0^+$, $\tau' < 0^-$, dann gilt mit der etwas ausführlicheren Schreibweise

$$g_{1234} = g_{\alpha\beta\gamma\delta}(t_1, t_2, t_3, t_4) = (-i)^2 \langle 0 | T \psi_{\alpha}(t_1) \psi_{\delta}(t_2) \psi_{\gamma}^{\dagger}(t_3) \psi_{\beta}^{\dagger}(t_4) | 0 \rangle \quad 2.3.7$$

für die Matrixelemente des Einteilchenoperators Q

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} \langle Q_{\alpha} | Q | Q_{\beta} \rangle \\ \langle A_{\alpha} | Q | A_{\beta} \rangle \end{aligned} \right\} &= q_{\delta\gamma} \lim_{\eta, \eta' \rightarrow 0} \eta \eta' \int_{\tau}^{\infty} dt_1 e^{i(E_{\alpha}-E_0)t_1 - \eta t_1} \int_{-\infty}^{-\tau'} dt_2 e^{-i(E_{\beta}-E_0)t_2 - \eta' t_2} \\ &\cdot \left\{ \begin{aligned} \langle 0 | \psi_{\alpha} | Q_{\alpha} \rangle^{-1} \langle Q_{\beta} | \psi_{\beta}^{\dagger} | 0 \rangle^{-1} g_{\alpha\gamma\beta\delta}(t_1, 0^-, t_2, 0^+) \\ - \langle 0 | \psi_{\alpha}^{\dagger} | A_{\alpha} \rangle^{-1} \langle A_{\beta} | \psi_{\beta} | 0 \rangle^{-1} g_{\beta\gamma\alpha\delta}(t_2, 0^-, t_1, 0^+) \end{aligned} \right\}. \end{aligned} \quad 2.3.8$$

Unter Verwendung der abkürzenden Bezeichnungen

$$P_1 = \lim_{\eta \rightarrow 0} \eta \int_{\tau}^{\infty} dt_1 e^{i(\epsilon_a - \epsilon_0)t_1 - \eta t_1},$$

$$P_2 = \lim_{\eta' \rightarrow 0} \eta' \int_{-\infty}^{-\tau'} dt_2 e^{-i(\epsilon_p - \epsilon_0)t_2 - \eta' t_2} \quad 2.3.9$$

für die Projektionsoperatoren und

$$q_{43} = q_{d_Y} \delta(t_3 - 0^-) \delta(t_4 - 0^+) \quad 2.3.10$$

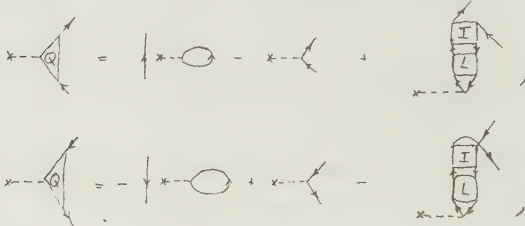
für die verallgemeinerten Einteilchenmatrixelemente, hat (2.3.8) die kompakte Form

$$\left\{ \langle 0 | \psi_a | Q_a \rangle \langle Q_a | Q | Q_p \rangle \langle Q_p | \psi_p^\dagger | 0 \rangle \right\} = P_1 P_2 q_{43} \begin{Bmatrix} g_{1324} \\ -g_{2314} \end{Bmatrix}. \quad 2.3.11$$

Die Matrixelemente eines Einteilchenoperators Q zwischen Zuständen eines ug-Kerns sind damit durch Quadraturen und Summationen aus der 4-Punktfunktion des unmittelbar benachbarten gg-Kerns berechenbar. Zunächst stellt (2.3.11) zwar nur eine andere Schreibweise für den Sachverhalt dar, der in Gleichung (2.3.5) festgestellt wird. Die in Kapitel (2.2) hergeleiteten Beziehungen erlauben aber die Berechnung der 4-Punktfunktion für eine spezielle Zeitordnung der Feldoperatoren, die auch in den Matrixelementen des Operators Q auftaucht, wenn man die Bethe-Salpeter-Gleichung (2.2.12) in (2.3.11) einsetzt.

$$\left\{ \langle 0 | \psi_a | Q_a \rangle \langle Q_a | Q | Q_p \rangle \langle Q_p | \psi_p^\dagger | 0 \rangle \right\} = P_1 P_2 q_{43} \begin{Bmatrix} g_{12} g_{34} + i L_{1324}^0 - i L_{1515}^0 \cdot I_{5'4'56} L_{636'4} \\ - g_{21} g_{34} - i L_{2314}^0 + i L_{2515}^0 \cdot I_{5'6'56} L_{636'4} \end{Bmatrix}. \quad 2.3.12$$

Mit Graphen schreibt sich (2.3.12)



wenn man Q durch die gestrichelte Linie darstellt, und die Wirkung der Projektoren auf die ein- und auslaufenden Propagatoren ignoriert.

Der erste Term kann keine Übergänge zwischen Anfangs- und Endzustand erzeugen und ist proportional zur Dichte des gg -Kerns.

Der zweite Summand ergibt gerade den Schalenmodellwert des Operators Q , während der dritte Term die Einteilchenbewegung des "Leuchtnukleons" an den Restkern koppelt, der durch die Wirkung von Q angeregt worden ist.

2.4 Der Einfluß von Näherungen zu L^0 .

Die Auswertung der Bethe-Salpeter-Gleichung (2.2.12) und der Matrixelemente (2.3.12) kann nicht ohne viele Näherungen und Annahmen erfolgen; als Beispiel hierzu sei die notwendige Beschränkung des Konfigurationsraumes aufgeführt. Soweit diese Näherungen den freien Propagator L^0 betreffen, lassen sich die vernachlässigten Beiträge auf die Wechselwirkung I übertragen (Mig68).

Es sei durch

$$L^0_{12,1'2'} = L^{od}_{12,1'2'} + L^{oc}_{12,1'2'} \quad 2.4.1$$

eine Aufspaltung von L^0 gegeben, und der Beitrag von L^∞ soll klein sein und von der Wechselwirkung $\hat{I}$ übernommen werden (L^{od} soll z.B. den diskreten Teil des Konfigurationsraumes, L^{oc} das Kontinuum enthalten). Mit dieser Aufspaltung lautet die Bethe-Salpeter-Gleichung

$$L_{12,1'2'} = L^{od}_{12,1'2'} + L^{oc}_{12,1'2'} - (L^{od}_{13,1'3'} + L^{oc}_{13,1'3'}) I_{3'4'34} L_{424'2'}, \quad 2.4.2$$

deren Iteration formal eine geometrische Reihe ergibt; die Beiträge von L^∞ auf $\hat{I}$ zu übertragen heißt dann, alle Möglichkeiten einer Propagation mit L^{oc} in $\hat{I}$ aufzunehmen:

$$\hat{I}_{3'4'34} = I_{3'4'34} - I_{3'5'35} L^{oc}_{565'6'} \hat{I}_{6'4'64} \quad 2.4.3$$

Die Funktion $\hat{L}$, die die Gleichung

$$\hat{L}_{12'12'} = L_{12'12'}^{od} - L_{13'1'3'}^{od} \hat{I}_{3'4'34} \hat{L}_{42'4'2'} \quad 2.4.4$$

befriedigt, hängt dann durch

$$L_{12'12'} = L_{13'1'3'}^{oc} (\delta_{32} \delta_{3'2'} - \hat{I}_{3'4'34} L_{42'4'2'}^{oc}) + (\delta_{10} \delta_{1'0'} - L_{13'1'3'}^{oc} \hat{I}_{3'4'34}) \hat{L}_{45'4'5'} (\delta_{52} \delta_{5'2'} - \hat{I}_{5'6'56} L_{62'6'2'}^{oc}) \quad 2.4.5$$

mit der linearen Antwortfunktion L zusammen; denn die einzigen Beiträge von L^{oc} zu (2.4.2), die nicht schon in (2.4.3) stecken, sind gerade alle Terme, die kein L^{od} enthalten, und alle Terme, die mindestens ein L^{od} enthalten und mit L^{oc} beginnen oder enden. (2.4.5) kann unter Beachtung von (2.4.4) auch als

$$L_{12'12'} = (L_{15'1'5'}^o - L_{13'1'3'}^o \hat{I}_{3'4'34} \hat{L}_{45'4'5'}) (\delta_{52} \delta_{5'2'} - \hat{I}_{5'6'56} L_{62'6'2'}^{oc}) \quad 2.4.6$$

geschrieben werden. Damit ergibt sich für die Matricelemente eines Einteilchenoperators Q (2.3 11)

$$\left\{ \langle 0 | \psi_{12} | Q_{\alpha} \rangle \langle Q_{\beta} | \psi_{12} \rangle \langle \psi_{12} | 0 \rangle \right\} = P_1 P_2 \left\{ \begin{aligned} & g_{12} g_{34} + \\ & - g_{21} g_{34} - \\ & + i (L_{15'1'5'}^o - L_{16'2'6'}^o \hat{I}_{6'7'67} \hat{L}_{75'7'5'}) (\delta_{52} \delta_{5'2'} - \hat{I}_{5'6'56} L_{62'6'2'}^{oc}) \\ & - i (L_{25'1'5'}^o - L_{26'1'6'}^o \hat{I}_{6'7'67} \hat{L}_{75'7'5'}) (\delta_{53} \delta_{5'3'} - \hat{I}_{5'6'56} L_{63'6'3'}^{oc}) \end{aligned} \right\} \hat{q}_{43} \quad 2.4.7$$

Dies legt die Definition eines effektiven Einteilchenoperators $\hat{q}$ nahe

$$\hat{q}_{43} = q_{43} - \hat{I}_{48'3'8} L_{87'8'7}^{oc} q_{77'} \quad 2.4.8$$

und zusammenfassend gilt damit

$$\begin{aligned} L_{12'12'}^o &= L_{12'12'}^{oc} + L_{12'12'}^{od} \\ \hat{I}_{3'4'34} &= I_{3'4'34} - I_{3'5'35} L_{56'5'6'}^{oc} \hat{I}_{6'4'64} \\ \hat{L}_{12'12'} &= L_{12'12'}^{od} - L_{12'1'2'}^{od} \hat{I}_{3'4'34} \hat{L}_{42'4'2'}, \end{aligned} \quad 2.4.9$$

$$\langle Q_{\alpha} | Q | Q_{\beta} \rangle = \langle 0 | \psi_{12} | Q_{\alpha} \rangle \langle Q_{\beta} | \psi_{12} \rangle P_1 P_2 (g_{12} g_{34} q_{43} + [i L_{13'24}^o - i L_{16'2'6'}^o \hat{I}_{6'7'67} \hat{L}_{73'7'4}] \hat{q}_{43}) ,$$

$$\langle \psi_{12} | Q | \psi_{\beta} \rangle = \langle 0 | \psi_{12}^{\dagger} | \psi_{\beta} \rangle \langle \psi_{\beta} | \psi_{12} \rangle P_1 P_2 (-g_{21} g_{34} q_{43} + [-i L_{23'14}^o + i L_{26'1'6'}^o \hat{I}_{6'7'67} \hat{L}_{73'7'4}] \hat{q}_{43}) .$$

Diese Gleichungen entsprechen formal den ursprünglichen (2.2.12), (2.3.12), mit dem Unterschied, daß Wechselwirkung und Einteilchenoperator durch effektive Größen ausgedrückt werden.

2.5 Transformation in den Energieraum und Spektraldarstellungen.

Das Rechnen im Energieraum wird vorwiegend durch eine Tatsache nahegelegt: die meisten in den vorangehenden Kapiteln definierten Größen haben im Energieraum eine einfache Polstruktur, und die Polstellen und Residuen ihrerseits eine direkte physikalische Bedeutung. Dadurch werden plausible Näherungen ermöglicht, und wichtige Zusammenhänge lassen sich durch einfachen Vergleich von Polen herstellen. Eine zentrale Rolle kommt dabei der Fouriertransformation zu, für die folgende Konvention getroffen werden soll

$$f_{i \dots n, i' \dots n'} = f_{\alpha_i \alpha_{i'} \dots \alpha_n \alpha_{n'}}(t_i \dots t_n, t_{i'} \dots t_{n'}) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int d\xi_i \dots d\xi_n d\xi_{i'} \dots d\xi_{n'} e^{-i\xi_i t_i \dots - i\xi_n t_n + i\xi_{i'} t_{i'} \dots + i\xi_{n'} t_{n'}} f_{\alpha_i \dots \alpha_n \alpha_{i'} \dots \alpha_{n'}}(\xi_i \dots \xi_n, \xi_{i'} \dots \xi_{n'}), \quad 2.5.1$$

woraus folgt, daß

$$f_{\alpha_i \dots \alpha_n \alpha_{i'} \dots \alpha_{n'}}(\xi_i \dots \xi_n, \xi_{i'} \dots \xi_{n'}) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int dt_i \dots dt_n dt_{i'} \dots dt_{n'} e^{i\xi_i t_i \dots + i\xi_n t_n - i\xi_{i'} t_{i'} \dots - i\xi_{n'} t_{n'}} f_{i \dots n, i' \dots n'}. \quad 2.5.2$$

Wegen der Homogenität der Zeit hängen alle in den vorangehenden Kapiteln definierten Größen nur von Zeitdifferenzen ab; dies hat zur Folge, daß diese Größen im Energieraum eine Deltafunktion abspalten, die gerade die Energieerhaltung ausdrückt.

Für die Größen, die von vier Zeiten abhängen, und diese stellen hier die Mehrzahl, werden die Teilchen-Loch-Variablen eingeführt:

$$A_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\xi, \xi_2, \xi_3, \xi_4) = \delta(\omega - \omega') A_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\xi, \xi', \omega) \quad 2.5.3$$

mit

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}'_1), \quad \mathcal{E}' = \frac{1}{2}(\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}'_2), \quad \omega = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}'_1, \quad \omega' = \mathcal{E}'_2 - \mathcal{E}_2. \quad 2.5.4$$

Die normale Zweipunktfunktion (2.1.9) nimmt im Energieraum die Gestalt

$$g_{\alpha\alpha'}(\mathcal{E}, \mathcal{E}') = \delta(\mathcal{E} - \mathcal{E}') \left\{ \langle 0 | \psi_{\alpha}(\mathcal{E}_1 - H + E_0 + i0)^{-1} \psi_{\alpha'}^{\dagger} | 0 \rangle + \langle 0 | \psi_{\alpha'}^{\dagger}(\mathcal{E}_2 + H - E_0 - i0)^{-1} \psi_{\alpha} | 0 \rangle \right\} = \delta(\mathcal{E} - \mathcal{E}') g_{\alpha\alpha'}(\mathcal{E}) \quad 2.5.5$$

an. Durch Einschleiben eines vollständigen Satzes von Zuständen des (A+1)- und (A-1)-Systems gilt weiter

$$g_{\alpha\alpha'}(\mathcal{E}) = \sum_{|Q_{\beta}\rangle} \frac{\langle 0 | \psi_{\alpha} | Q_{\beta} \rangle \langle Q_{\beta} | \psi_{\alpha'}^{\dagger} | 0 \rangle}{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\beta}^{A+1} - E_0 + i0} + \sum_{|A_{\beta}\rangle} \frac{\langle 0 | \psi_{\alpha'}^{\dagger} | A_{\beta} \rangle \langle A_{\beta} | \psi_{\alpha} | 0 \rangle}{\mathcal{E} + \mathcal{E}_{\beta}^{A-1} - E_0 - i0} \quad 2.5.6$$

Die Pole der Zweipunktfunktion im Energieraum liegen gerade bei den exakten Anregungsenergien der (A+1)- und (A-1)-Kerne bezogen auf die Grundzustandsenergie des A-Kerns, und die Residuen geben die Einteilchenstärken der entsprechenden Zustände.

Abkürzend werden durch

$$\mathcal{E}_{\beta} = \mathcal{E}_{\beta}^{A+1} - E_0, \quad \mathcal{E}_{\alpha} = E_0 - \mathcal{E}_{\alpha}^{A-1} \quad 2.5.7$$

die "Einteilchenenergien" eingeführt. Mit diesen gilt dann

$$g_{\alpha\alpha'}(\mathcal{E}) = \sum_{|Q_{\beta}\rangle} \frac{\langle 0 | \psi_{\alpha} | Q_{\beta} \rangle \langle Q_{\beta} | \psi_{\alpha'}^{\dagger} | 0 \rangle}{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\beta} + i0} + \sum_{|A_{\beta}\rangle} \frac{\langle 0 | \psi_{\alpha'}^{\dagger} | A_{\beta} \rangle \langle A_{\beta} | \psi_{\alpha} | 0 \rangle}{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\beta} - i0} \quad 2.5.8$$

In einer passend gewählten Einteilchenbasis wird $g_{\alpha\alpha'}$ ungefähr diagonal sein, und die Pole von $g_{\alpha\alpha'}$ werden in der Nähe der Einteilchenenergie $\mathcal{E}_{\alpha}$ der Einteilchenbasis liegen.

Bestimmte Integrale über die Vierpunktfunktion werden in dieser Arbeit Bedeutung erlangen. Dazu gehören die Funktionen

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{(0)}(\mathcal{E}, \omega) = \int d\mathcal{E}' L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{(0)}(\mathcal{E}, \mathcal{E}', \omega) \quad \text{und} \quad 2.5.9$$

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{(0)}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \oint d\mathcal{E} L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{(0)}(\mathcal{E}, \omega), \quad 2.5.10$$

die aus der Fouriertransformation des unkorrelierten Teils von L (2.2.5) unter Verwendung der Teilchen-Loch-Energien (2.5.3) entstehen:

$$L^0_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) = \delta(\varepsilon - \varepsilon') L^0_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \omega), \quad 2.5.11$$

$$L^0_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \omega) = i g_{\alpha\beta}(\varepsilon + \frac{\omega}{2}) g_{\alpha'\beta'}(\varepsilon - \frac{\omega}{2}), \quad 2.5.12$$

$$L^0_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\omega) = - \sum_{\substack{|\lambda_i\rangle \\ |Q_i\rangle}} \left\{ \frac{\langle 0 | \psi_{\alpha'}^\dagger | \lambda_i \rangle \langle \lambda_i | \psi_{\beta'} | 0 \rangle \langle 0 | \psi_{\alpha} | Q_i \rangle \langle Q_i | \psi_{\beta} | 0 \rangle}{\omega - \varepsilon_{\beta'} + \varepsilon_{\alpha} + i0} - \frac{\langle 0 | \psi_{\beta}^\dagger | \lambda_i \rangle \langle \lambda_i | \psi_{\alpha} | 0 \rangle \langle 0 | \psi_{\beta'} | Q_i \rangle \langle Q_i | \psi_{\alpha'}^\dagger | 0 \rangle}{\omega + \varepsilon_{\beta} - \varepsilon_{\alpha'} - i0} \right\} \quad 2.5.13$$

Interessant ist der Vergleich von $L^0(\omega)$ mit der entsprechenden Funktion $L(\omega)$, die die Korrelationen enthält. Mit der zu L^0 analogen Bezeichnungsweise (2.5.9) und (2.5.10) folgt aus (2.2.4) die Spektraldarstellung für $L(\omega)$

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\omega) = - \sum_{|N\rangle \neq |0\rangle} \left\{ \frac{\langle 0 | \psi_{\alpha'}^\dagger \psi_{\alpha} | N \rangle \langle N | \psi_{\beta'}^\dagger \psi_{\beta} | 0 \rangle}{\omega - E_N + E_0 + i0} - \frac{\langle 0 | \psi_{\beta}^\dagger \psi_{\beta'} | N \rangle \langle N | \psi_{\alpha'}^\dagger \psi_{\alpha} | 0 \rangle}{\omega + E_N - E_0 - i0} \right\} \quad 2.5.14$$

$L(\omega)$ hat Pole bei den Anregungsenergien des A-Systems, die Residuen dort geben gerade die Einteilchen-Einloch-Stärken des entsprechenden Anregungszustandes an. Bei $L^0(\omega)$ dagegen liegen die Pole bei Energien, die als Differenz einer Teilchen- und einer Lochenergie entstehen, die Residuen sind gerade Produkte der entsprechenden Einteilchenstärken. Offensichtlich stellt $L^0(\omega)$ die lineare Antwortfunktion für das System ohne Korrelationen dar, dessen Anregungsenergien gerade durch Differenzen von Teilchen-Loch-Energien gegeben werden.

Die Transformation der Bethe-Salpeter-Gleichung (2.2.12) unter Beachtung der Energieerhaltung (2.5.2) mit den Teilchen-Loch-Energien (2.5.4) ergibt

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) = L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^0(\varepsilon, \varepsilon', \omega) - \int d\varepsilon'' d\varepsilon''' L_{\alpha\gamma\alpha'\gamma'}^0(\varepsilon, \varepsilon'', \omega) I_{\gamma\gamma'\gamma''}(\varepsilon', \varepsilon''', \omega) L_{\delta\beta\delta'\beta'}(\varepsilon'', \varepsilon', \omega), \quad 2.5.15$$

die Integration über ε' liefert sofort

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \omega) = L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^0(\varepsilon, \omega) - L_{\alpha\gamma\alpha'\gamma'}^0(\varepsilon, \omega) \int d\varepsilon' I_{\gamma\gamma'\gamma''}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) L_{\delta\beta\delta'\beta'}(\varepsilon', \omega). \quad 2.5.16$$

Eine weitere Integration über ε wird hier durch die Energieabhängigkeit der irreduziblen Teilchen-Loch-Wechselwirkung erschwert und kann erst nach einigen Annahmen über I durchgeführt werden (3.4). Die Ursache dafür liegt darin, daß alle Effekte höherer Korrelationen in die Wechselwirkung gesteckt worden sind, um eine Entkopplung des Gleichungssystems (2.1.11) für die Vierpunktfunktion zu erhalten. Die Wechselwirkung I enthält deshalb Prozesse, bei denen zwei Teilchen über beliebig viele Anregungen des Restkerns wechselwirken können. Dies äußert sich dann bezüglich der Zeitabhängigkeit in einer Retardierung und gleichbedeutend damit in einer Energieabhängigkeit im Energieraum - die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung V ist im Energieraum unabhängig von der Energie -.

Die Matrixelemente eines Einteilchenoperators Q (2.4.9) ergeben sich im Energieraum nach längerer Rechnung unter Benutzung von (2.5.3), (2.5.8) zu

$$\begin{aligned} \langle Q_\alpha | Q_\beta \rangle &= \delta_{\alpha\beta} \langle 0 | \psi_\alpha^\dagger \psi_\beta | 0 \rangle + 2\pi \hat{q}_{\alpha\beta}(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta) + \\ &+ \langle 0 | \psi_\beta Q_\alpha \rangle \langle Q_\alpha | \psi_\alpha^\dagger | 0 \rangle + 2\pi \hat{q}_{\alpha\beta}(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta) - \\ &- \langle 0 | \psi_\beta Q_\alpha \rangle \langle Q_\alpha | \psi_\alpha^\dagger | 0 \rangle \int d\varepsilon d\varepsilon' \hat{I}_{\gamma\gamma'\gamma''}^{(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta)}(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta) \hat{I}_{\gamma\gamma'\gamma''}(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta) 2\pi \hat{q}_{\beta\gamma}(\varepsilon', \varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta, \varepsilon_\alpha), \end{aligned} \quad 2.5.17$$

$$\begin{aligned} \langle Q_\alpha | Q_\beta \rangle &= \delta_{\alpha\beta} \langle 0 | \psi_\alpha^\dagger \psi_\beta | 0 \rangle + 2\pi \hat{q}_{\alpha\beta}(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\alpha) - \\ &- \langle 0 | \psi_\beta^\dagger | \alpha \rangle \langle \alpha | \psi_\beta | 0 \rangle + 2\pi \hat{q}_{\alpha\beta}(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\alpha) + \\ &+ \langle 0 | \psi_\beta^\dagger | \alpha \rangle \langle \alpha | \psi_\beta | 0 \rangle \int d\varepsilon d\varepsilon' \hat{I}_{\gamma\gamma'\gamma''}^{(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\alpha)}(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon_\alpha, \varepsilon_\alpha) \hat{I}_{\gamma\gamma'\gamma''}(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon_\alpha, \varepsilon_\alpha) 2\pi \hat{q}_{\beta\gamma}(\varepsilon', \varepsilon_\alpha, \varepsilon_\alpha, \varepsilon_\alpha). \end{aligned} \quad 2.5.18$$

Dabei lauten die restlichen unter (2.4.8) und (2.4.9) aufgeführten Gleichungen

$$\hat{I}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) = I_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) - \int d\varepsilon'' I_{\alpha\gamma\alpha'\gamma'}(\varepsilon, \varepsilon'', \omega) L_{\gamma\gamma'\gamma\delta}^{\omega}(\varepsilon'', \omega) \hat{I}_{\beta\delta\beta'}(\varepsilon', \varepsilon', \omega), \quad 2.5.19$$

$$\hat{L}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \omega) = L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\text{od}}(\varepsilon, \omega) - L_{\alpha\gamma\alpha'\gamma'}^{\text{od}}(\varepsilon, \omega) \int d\varepsilon' \hat{I}_{\gamma\gamma'\gamma\delta}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) \hat{L}_{\beta\delta\beta'}(\varepsilon', \omega), \quad 2.5.20$$

$$\hat{q}_{\beta\alpha}(\varepsilon_2, \varepsilon_1) = \frac{1}{2\pi} q_{\beta\alpha} - \frac{1}{2\pi} \int d\varepsilon \hat{I}_{\beta\delta\alpha'\delta'}(\frac{\varepsilon_2 + \varepsilon}{2}, \varepsilon, \varepsilon_2 - \varepsilon_1) L_{\delta\gamma\gamma'\gamma}^{\omega}(\varepsilon, \varepsilon_2 - \varepsilon_1) q_{\gamma\gamma'}, \quad 2.5.21$$

$$q_{\beta\alpha}(\varepsilon_2, \varepsilon_1) = \frac{1}{2\pi} q_{\beta\alpha}, \quad 2.5.22$$

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\circ}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) = L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\text{od}}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) + L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\omega}(\varepsilon, \varepsilon', \omega). \quad 2.5.23$$

Bei der Herleitung muß vorausgesetzt werden, daß L^{od} und L^{ω} getrennt nur von Zeitdifferenzen abhängen.

Wird keine Aufspaltung von L° vorgenommen, $L^{\omega} = 0$, reduzieren sich die Gleichungen auf

$$\begin{Bmatrix} \langle \alpha_1 | Q | \alpha_p \rangle \\ \langle \alpha_1 | Q | \alpha_p \rangle \end{Bmatrix} = d_{\alpha\beta} \begin{Bmatrix} \langle 0 | U_{\beta}^{\dagger} U_{\gamma} | 0 \rangle q_{\delta\gamma} \\ - \langle 0 | U_{\beta}^{\dagger} | \alpha_p \rangle \langle \alpha_1 | U_{\gamma} | 0 \rangle \end{Bmatrix} q_{\delta\gamma} \quad 2.5.24$$

$$- \begin{Bmatrix} \langle 0 | U_{\beta}^{\dagger} | \alpha_p \rangle \langle \alpha_1 | U_{\gamma}^{\dagger} | 0 \rangle \\ - \langle 0 | U_{\beta}^{\dagger} | \alpha_p \rangle \langle \alpha_1 | U_{\gamma} | 0 \rangle \end{Bmatrix} \int d\varepsilon I_{\gamma\gamma'\gamma\delta}(\frac{\varepsilon_2 + \varepsilon}{2}, \varepsilon, \varepsilon_2 - \varepsilon_1) L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \varepsilon_2 - \varepsilon_1) q_{\delta\gamma},$$

und

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \omega) = L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\circ}(\varepsilon, \omega) - L_{\alpha\gamma\alpha'\gamma'}^{\circ}(\varepsilon, \omega) \int d\varepsilon' I_{\gamma\gamma'\gamma\delta}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) L_{\beta\delta\beta'}(\varepsilon', \omega). \quad 2.5.25$$

Die Definition der in (2.5.17), (2.5.18), (2.5.24) auftauchenden Energieargumente wird in (2.5.7) festgehalten.

Die Betrachtung der Spektraldarstellung von $L^{(\omega)}$ (2.5.14) und der letzten Gleichungen, z.B. (2.5.24), (2.5.25), läßt einige Zusammenhänge erkennen. Wenn es möglich ist, die Energieabhängigkeit von I zu vernachlässigen oder in einer gemittelten Weise zu berücksichtigen, kann die Bethe-Salpeter-Gleichung (2.5.25) auf eine algebraische Gleichung für $L^{(\omega)}$ zurückgeführt werden. Diese kann durch Vergleich der Pole als eine Eigenwertgleichung für Anregungsenergien und Teilchen-Loch-Amplituden des A-Systems geschrieben werden. Weiter kann dann festgestellt werden, daß die Matrixelemente des Operators Q (2.5.24) zusätzlich zum Schalenmodellwert (zweiter Term der rechten Seite) eine Korrektur erhalten (dritter Term), die durch Teilchen-Loch-Anregungen des A-Systems verursacht wird. Höhere Korrekturen, wie zum Beispiel Zweiteilchen-Zweiloch-Anregungen des A-Systems sind in der Energieabhängigkeit von I enthalten.

3. Näherungen

Die weitere Auswertung der Matricelemente eines Einteilchenoperators Q in (gerade, ungerade)-Kernen (2.5.24) erfordert die Kenntnis der linearen Antwortfunktion $L(\mathcal{E}, \omega)$; die Berechnung von $L(\mathcal{E}, \omega)$ aus der Bethe-Salpeter-Gleichung (2.5.25) beinhaltet das zentrale Problem: durch die Energieabhängigkeit der irreduziblen Teilchen-Loch-Wechselwirkung I bedingt, stellt die Bethe-Salpeter-Gleichung ein unendliches gekoppeltes Integralgleichungssystem dar. Eine nicht geringere Schwierigkeit bereitet die Berechnung von I aus der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung (2.2.17).

Ein einfacher Weg, diese beiden Komplikationen zu vermeiden, besteht in der Annahme einer phänomenologischen Teilchen-Loch-Wechselwirkung, die energieunabhängig ist und deren Parameter durch experimentelle Daten festgelegt werden (Mig66, ZW69, NW72a, NW72b, RB73, NW74). Der Weg, der hier begangen werden soll, reduziert die Bethe-Salpeter-Gleichung auf ein lineares Gleichungssystem durch Herausziehen eines mittleren I aus dem Integranden (3.4); für die Teilchen-Loch-Wechselwirkung I selbst wird eine in der Theorie der Kernmaterie recht erfolgreiche Näherung (3.1) genommen und auf endliche Systeme übertragen (3.2). Da schließlich auch die exakte Zweipunktfunktion (2.5.8) nicht verfügbar ist, müssen dazu ebenfalls geeignete Annahmen (3.3) getroffen werden. Näherungen zur Zweipunktfunktion können, wie in (2.4) gezeigt wurde, durch Einführung effektiver Größen kompensiert werden; diese effektiven Größen werden in (3.5) einer genaueren Betrachtung unterzogen.

3.1 Leiternäherung zur irreduziblen Teilchen-Loch-Wechselwirkung I

Ausgangspunkt von Näherungen zur irreduziblen Teilchen-Loch-Wechselwirkung I oder zu der verallgemeinerten Streuamplitude T sind die linearisierten Gleichungen (2.2.18) und

(2.2.19). Die übliche Heranziehung der Leitergraphen alleine (siehe z.B. Br58, BG57, Pu61, PR66) für Kernkräfte stützt sich auf mehrere Argumente. Da die Kernkräfte im Vergleich zum mittleren Teilchenabstand in Kernmaterie ungefähr gleiche Reichweite haben, sind Korrelationen von drei Teilchen selten. Berücksichtigt man nur diejenigen Korrelationen zweier Teilchen, die auch in der Wechselwirkung nahe zusammengebracht werden, dann bleiben gerade die Leitergraphen übrig (PR66, WW71). Diese Argumentation versagt z.B. bei der langreichweitigen Coulombkraft. Für kleine Kerne kann ein weiteres Argument angeführt werden. Die Streuung eines Teilchens oder Loches in den Zwischenzuständen erfolgt bei nicht zu hohen Energien in Zustände gleicher Parität (das Teilchen oder Loch bleibt in der gleichen Schale). Da Kernkräfte die Parität erhalten, kann diese Streuung bei entsprechenden Energien nicht über die Anregung eines Teilchen-Lochpaares, das für kleine Energien von negativer Parität ist, erfolgen. Dies wiederum bedingt, daß ein Teilchen nur an anderen direkt streuen kann. Solche Terme werden gerade in Leiternäherung summiert. Diese Argumentation verliert bei großen Kernen, wo Zustände verschiedener Parität durch Spin-Bahn-Kräfte in eine Schale abgesenkt werden, an Bedeutung. Ein rein technischer Grund wird schließlich durch die Tatsache gegeben, daß der stark abstoßende Teil der Kernkräfte in Leiternäherung auf eine endliche effektive Wechselwirkung führt, was viele Rechnungen erleichtert oder gar erst ermöglicht, wie zum Beispiel Hartree-Fock Rechnungen (BGW58, BLR61). Schließlich und endlich sind auch die Erfolge der Leiternäherung ein Argument dafür. Korrekturen zur Leiternäherung können bis heute nicht zuverlässig abgeschätzt werden.

Nach diesen Bemerkungen beschränkt sich die Bestimmung der irreduziblen Teilchen-Loch-Wechselwirkung auf die

Lösung der Integralgleichung

$$I_{12,1'2'} = V_{12,1'2'} + \frac{i}{2} V_{1234} g_{33'} g_{44'} I_{3'4',1'2'} . \quad 3.1.1$$

Durch Iteration dieser Gleichung läßt sich feststellen, daß I analog zu V antisymmetrisch ist und I folgendes Zeitverhalten hat

$$I_{12,1'2'} = I_{\alpha\beta,\alpha'\beta'}(t_1, t_2, t_1', t_2') = \delta(t_1 - t_2) \delta(t_1' - t_2') I_{\alpha\beta,\alpha'\beta'}(t_1 - t_1'), \quad 3.1.2$$

da V instantan ist (2.1.4).

Dies bedingt im Energieraum eine Abhängigkeit der Form

$$I_{\alpha\beta,\alpha'\beta'}(\mathcal{E}, \mathcal{E}', \omega) = I_{\alpha\beta,\alpha'\beta'}(\mathcal{E} + \mathcal{E}'), \quad 3.1.3$$

und führt (3.1.1) über in die Gleichung

$$I_{\alpha\beta,\alpha'\beta'}(\mathcal{E} + \mathcal{E}') = \frac{1}{2\pi} V_{\alpha\beta,\alpha'\beta'} - \frac{i}{2} V_{\alpha\beta,\gamma\delta} \frac{1}{2\pi i} \int g_{\gamma\gamma'}(\Omega) g_{\delta\delta'}(\mathcal{E} + \mathcal{E}' - \Omega) d\Omega I_{\gamma\delta,\gamma'\delta'}(\mathcal{E} + \mathcal{E}'). \quad 3.1.4$$

Die Lösung der Gleichung (3.1.4) erfordert für endliche Kerne eine Matrixinversion, für unendlich ausgedehnte Systeme dagegen vereinfacht sich die Gleichung erheblich, da sich I in der Impulsdarstellung als teildiagonal erweisen wird. Für die Übertragung von I in Kernmaterie auf endliche Systeme wird ein gleichwertiger Bezugspunkt in der Energieskala benötigt, für den sich in natürlicher Weise die Fermienergie $\mathcal{E}_F$ anbietet

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}' = \mathcal{E} + \mathcal{E}' + 2\mathcal{E}_F . \quad 3.1.5$$

Dabei kann vorausgesetzt werden, daß $\mathcal{E}, \mathcal{E}' \approx 0$, da im Weiteren nur die Vorgänge in der Nähe der Fermikante interessieren werden.

In unendlich ausgedehnten, homogenen Systemen, kurz Kernmaterie, gilt

$$\mathcal{E}_F = E_0^{A+1} - E_0^A = E_0^A - E_0^{A-1} = \frac{\partial E_0}{\partial A} = \mu , \quad 3.1.6$$

die Fermienergie ist gleich dem chemischen Potential μ .

In Kernmaterie sind wegen der Galileiinvarianz des Systems Ort, Spin und Isospin oder Impuls, Spin und Isospin geeignete

Basiszustände, deren Quantenzahlen durch $(\underline{f}, \gamma) = (f, \sigma, \tau)$ oder $(\underline{f}, \gamma) = (f, \sigma, \tau)$ abgekürzt werden sollen.

Ein- und Zweiteilchenoperatoren dieses Systems sind in der Impulsdarstellung teildiagonal:

$$\langle \underline{k}_1, \gamma_1 | Q^{(n)} | \underline{k}_2, \gamma_2 \rangle = \delta(\underline{k}_1, -\underline{k}_2) \langle \underline{k}_1, \gamma_1 | Q^{(n)} | \underline{k}_2, \gamma_2 \rangle, \quad 3.1.7$$

$$\langle \underline{k}_1, \gamma_1, \gamma_2 | Q^{(2)} | \underline{k}_1', \gamma_1', \gamma_2' \rangle = \delta(\underline{k}_1 + \underline{k}_2 - \underline{k}_1' - \underline{k}_2') \langle \frac{1}{2}(\underline{k}_1, \underline{k}_2) | \gamma_1, \gamma_2 | Q_{\underline{k}_1, \underline{k}_2}^{(2)} | \frac{1}{2}(\underline{k}_1', \underline{k}_2') | \gamma_1', \gamma_2' \rangle. \quad 3.1.8$$

Damit erfüllt die irreduzible Teilchen-Loch- Wechselwirkung in Kernmaterie die Gleichung

$$\begin{aligned} \langle \underline{k}_1, \gamma_1 | I_{\underline{k}}^{(e+e'+2\mu)} | \underline{k}', \gamma_1' \rangle &= \frac{1}{2\pi i} \langle \underline{k}_1, \gamma_1 | V | \underline{k}', \gamma_1' \rangle + \\ &+ \frac{1}{2} \int d^3 \underline{k}'' \langle \underline{k}_1, \gamma_1 | V | \underline{k}'', \gamma_1'' \rangle \langle \underline{k}'' | \gamma_1'' | \Lambda_{\underline{k}}^{(e+e'+2\mu)} | \underline{k}'', \gamma_1'' \rangle \cdot \quad 3.1.9 \\ &\cdot \langle \underline{k}'' | \gamma_1'' | I_{\underline{k}}^{(e+e'+2\mu)} | \underline{k}', \gamma_1' \rangle, \end{aligned}$$

mit dem Propagator

$$\langle \underline{k}_1, \gamma_1 | \Lambda_{\underline{k}}^{(e+e'+2\mu)} | \underline{k}', \gamma_1' \rangle = -\frac{1}{2\pi i} \int d\Omega g_{\frac{\underline{k}}{2} + \underline{k}_1, \gamma_1, \gamma_1'}(\Omega) g_{\frac{\underline{k}}{2} - \underline{k}_1, \gamma_1, \gamma_1'}^{(e+e'+2\mu - \Omega)} \quad 3.1.10$$

und den Relativ- und Schwerpunktsimpulsen

$$\underline{k} = \frac{1}{2} (\underline{k}_1 - \underline{k}_2), \quad \underline{K} = \underline{k}_1 + \underline{k}_2. \quad 3.1.11$$

Für Kernmaterie mit gleicher Protonen- und Neutronenzahl und dem Gesamtspin $S=0$ im Grundzustand ist der Propagator Λ diagonal in γ und unabhängig von γ ,

$$\langle \underline{k}_1, \gamma_1 | \Lambda_{\underline{k}}^{(e+e'+2\mu)} | \underline{k}', \gamma_1' \rangle = \delta_{\gamma_1, \gamma_1'} \delta_{\gamma_2, \gamma_2'} \langle \underline{k}_1 | \Lambda_{\underline{k}}^{(e+e'+2\mu)} | \underline{k}' \rangle. \quad 3.1.12$$

Die Integralgleichung (3.1.9) ist für verschiedene Näherungen zum Propagator Λ gelöst worden. Besonders einfache Verhältnisse liegen bei der Puffischen $\Lambda^{(0)}$ -Näherung vor (Pu61, RP63), die

ihren Namen von der Verwendung des Propagators $\Lambda^0 = g^0 g^0$ für eine wechselwirkungsfreie Fermiflüssigkeit herleitet. Mit Benutzung der Spektraldarstellung (2.5.8) für g^0 lautet dieser Propagator

$$\langle \underline{k} | \Lambda_{\underline{k}}^0(e+e', 2\mu) | \underline{k} \rangle = \frac{\theta([\underline{k} - \frac{\underline{k}}{2}]^2 - \mu) \theta([\underline{k} + \frac{\underline{k}}{2}]^2 - \mu)}{e+e'+2\mu - \frac{\underline{k}^2}{4\mu} - \frac{\underline{k}^2}{4\mu} + i0} - \frac{\theta(\mu - [\underline{k} - \frac{\underline{k}}{2}]^2) \theta(\mu - [\underline{k} + \frac{\underline{k}}{2}]^2)}{e+e'+2\mu - \frac{\underline{k}^2}{4\mu} - \frac{\underline{k}^2}{4\mu} - i0} \quad 3.1.13$$

Für ein selbstbindendes System, $\mu < 0$, und $e+e' < |2\mu|$ gilt damit

$$\begin{aligned} \langle \underline{k} | \underline{Y}_{\underline{k}} | I_{\underline{k}}(e+e', 2\mu) | \underline{k}' | \underline{Y}_{\underline{k}'} \rangle &= \frac{1}{2\pi} \langle \underline{k} | \underline{Y}_{\underline{k}} | V | \underline{k}' | \underline{Y}_{\underline{k}'} \rangle + \\ &+ \frac{1}{2} \int d^3 \underline{k}'' \frac{\langle \underline{k} | \underline{Y}_{\underline{k}} | V | \underline{k}'' | \underline{Y}_{\underline{k}'} \rangle \langle \underline{k}'' | \underline{Y}_{\underline{k}''} | I_{\underline{k}''}(e+e', 2\mu) | \underline{k}' | \underline{Y}_{\underline{k}'} \rangle}{e+e'+2\mu - \frac{\underline{k}''^2}{4\mu} - \frac{\underline{k}''^2}{4\mu}} \end{aligned} \quad 3.1.14$$

Ein Vergleich mit der Streuamplitude zweier Nukleonen im Schwerpunktsystem zeigt, daß der direkte Term von I (I ist antisymmetrisch) in Λ^0 -Näherung gerade die Streuamplitude für $E = e+e', 2\mu - \frac{\underline{k}^2}{4\mu}$ ist; der Effekt des umgebenden Mediums wirkt sich lediglich in einer anderen Energie-Impuls-Beziehung aus. Da die Triplet-Streuamplitude ($S=1, T=0$) für $E = B_d$, der Bindungsenergie B_d des Deuterons, einen Pol hat, folgt notwendigerweise, daß auch die irreduzible Teilchen-Loch-Wechselwirkung in Λ^0 -Näherung für $e+e' = B_d - 2\mu + \frac{\underline{k}^2}{4\mu}$ einen Pol hat.

Die Rechnungen, die Puff und Mitarbeiter mit dieser einfachen Näherung für Kernmaterie durchgeführt haben, ergeben gute Werte für Bindungsenergie und Dichte des Grundzustandes von Kernmaterie, mit der Einschränkung, daß die Ergebnisse thermodynamisch nicht konsistent sind: die Gleichheit von Fermienergie, Bindungsenergie und chemischen Potential (3.1.6) im thermodynamischen Gleichgewicht ist nicht exakt erfüllt

(Hugenholtz- van Hove-Theorem, (HH58)). Diese Gleichheit wird im Prinzip erst in Λ'' -Näherung erfüllt, bei der der richtige Propagator Λ'' in selbstkonsistenter Weise errechnet und verwendet wird (Ba62, WW71).

3.2 Übertragung der effektiven Wechselwirkung in Kernmaterie auf endliche Kerne.

Die durch die Translationsinvarianz bedingte einfache Orts- oder Impulsabhängigkeit der effektiven Wechselwirkung (3.1.8), (3.1.14) in Kernmaterie

$$\langle \underline{r} | \underline{R} | I(e+e'+2\mu) | \underline{r}' \underline{R}' \rangle = \langle \underline{r} | I_{|\underline{R}-\underline{R}'|}(e+e'+2\mu) | \underline{r}' \rangle \quad 3.2.1$$

geht in endlichen Kernen verloren: Oberflächeneffekte können hier nicht mehr ignoriert werden. Andererseits herrschen im Kerninneren bezüglich der Dichte und der Bindungsenergie ähnliche Verhältnisse wie in Kernmaterie, die ja gerade als Modell für das Kerninnere großer Kerne verstanden wird. So liegt es nahe, die effektive Wechselwirkung (3.2.1) auf endliche Kerne zu übertragen, indem man für die jeweils im endlichen Kern herrschenden Dichteverhältnisse die entsprechende Wechselwirkung in Kernmaterie nimmt. Dies ist für das Kerninnere plausibel, am Kernrand dagegen sicherlich nicht, da sämtliche Schaleneffekte außer Acht gelassen werden.

Ein endlicher Kern kann durch die an jedem Punkte herrschende Dichte und Bindungsenergie charakterisiert werden. Die Wechselwirkung zweier Nukleonen in jedem dieser Punkte wird jetzt durch deren Wechselwirkung in Kernmaterie bei entsprechender Dichte ρ und Bindungsenergie μ approximiert

$$\langle \underline{r} | \underline{R} | I(e+e'+2\mu) | \underline{r}' \underline{R}' \rangle \approx \langle \underline{r} | I_{|\underline{R}-\underline{R}'|}(e+e'+2\mu[\rho(\frac{\underline{R}+\underline{R}'}{2})]) | \underline{r}' \rangle. \quad 3.2.2$$

Hierbei wird der Zusammenhang zwischen Dichte und Bindungsenergie in Kernmaterie genommen, und die Dichteverhältnisse für einen während der Wechselwirkung mittleren Ort $\frac{1}{2}(R+R')$ eingesetzt.

Zur Vereinfachung wird zusätzlich (3.2.2) durch eine Taylorreihe um $\mu_a = \mu(\varrho_a)$ bis zur linearen Ordnung angenähert

$$\langle r | I_{|R-R'|} (e+e'+2\mu[\varrho(\frac{1}{2}(R+R'))]) | r' \rangle \approx \langle r | I_{|R-R'|} (e+e'+2\mu_a) | r' \rangle + \\ + (\varrho(\frac{1}{2}(R+R')) - \varrho_a) \frac{\delta}{\delta \varrho} \langle r | I_{|R-R'|} (e+e'+2\mu(\varrho)) | r' \rangle \Big|_{\varrho=\varrho_a}, \quad 3.2.2$$

und die Ableitung nach der Dichte durch Differenzen approximiert

$$\frac{\delta}{\delta \varrho} \langle r | I_{|R-R'|} (e+e'+2\mu(\varrho)) | r' \rangle \Big|_{\varrho=\varrho_a} \approx \frac{\langle r | I_{|R-R'|} (e+e'+2\mu_a) | r' \rangle - \langle r | I_{|R-R'|} (e+e'+2\mu_i) | r' \rangle}{\varrho_a - \varrho_i} \quad 3.2.3$$

mit $\mu_i = \mu(\varrho_i)$ (die Indizierung durch i und a soll innen und außen andeuten).

Zusammengefaßt schreibt sich die Approximation der effektiven Wechselwirkung für endliche Kerne mit Verwendung von (3.1.5)

$$\langle rR | I(\varepsilon+\varepsilon') | r'R' \rangle = (1 - \frac{\varrho(\frac{1}{2}(R+R')) - \varrho_a}{\varrho_i - \varrho_a}) \langle r | I_{|R-R'|} (\varepsilon+\varepsilon'+2\varepsilon_F+2\mu_a) | r' \rangle + \\ + \frac{\varrho(\frac{1}{2}(R+R')) - \varrho_a}{\varrho_i - \varrho_a} \langle r | I_{|R-R'|} (\varepsilon+\varepsilon'+2\varepsilon_F+2\mu_i) | r' \rangle; \quad 3.2.4$$

dies entspricht einer Dichteinterpolation der Wechselwirkung in Kernmaterie zwischen zwei gegebenen Dichten ϱ_i und ϱ_a mit entsprechenden chemischen Potentialen μ_i und μ_a .

Die nächste Vereinfachung bezieht sich auf die Schwerpunktsabhängigkeit der Wechselwirkung. Bei der Wechselwirkung zweier freier Nukleonen bleibt der Schwerpunkt vor und nach dem Stoß erhalten; nimmt man an, daß das in Kernmaterie

umgebende Medium nur wenig Impuls aufnimmt (Pauliprinzip), dann gilt auch dort ungefähr

$$\langle I | I_{R-R'}^{(E+E'-2E_F+2\mu_i)} | I' \rangle \sim \delta(R-R') \langle I | \tilde{I}^{(E+E'-2E_F+2\mu_i)} | I' \rangle, \quad 3.2.5$$

und führt schließlich auf eine lokale Dichtenäherung

$$\begin{aligned} \langle I | I^{(E+E')} | I' \rangle &= \delta(R-R') \{ F'(R) \langle I | \tilde{I}^{(E+E'-2E_F+2\mu_i)} | I' \rangle + F^Q(R) \langle I | \tilde{I}^{(E+E'-2E_F+2\mu_o)} | I' \rangle \}, \\ F'(R) &= \frac{\rho(R) - \rho_a}{\rho_i - \rho_a}, \quad F^Q(R) = 1 - F'(R). \end{aligned} \quad 3.2.6$$

Die Gleichungen (3.2.4) und (3.2.6) beinhalten weiter eine Möglichkeit $\tilde{I}$ (3.2.5) anzugeben, indem man verlangt, daß (3.2.5) im Mittel eine Gleichheit ergibt

$$\begin{aligned} F'(R) \langle I | \tilde{I}^{(E+E'-2E_F+2\mu_i)} | I' \rangle + F^Q(R) \langle I | \tilde{I}^{(E+E'-2E_F+2\mu_o)} | I' \rangle = \\ = \int d^3 R' \left\{ F'(\tfrac{1}{2}|R+R'|) \langle I | I_{R-R'}^{(E+E'-2E_F+2\mu_i)} | I' \rangle + F^Q(\tfrac{1}{2}|R+R'|) \langle I | I_{R-R'}^{(E+E'-2E_F+2\mu_o)} | I' \rangle \right\}. \end{aligned} \quad 3.2.7$$

Durch Transformation in den Impulsraum ergibt sich daraus

$$\begin{aligned} F'(R) \langle I | \tilde{I}^{(E+E'-2E_F+2\mu_i)} | I' \rangle + F^Q(R) \langle I | \tilde{I}^{(E+E'-2E_F+2\mu_o)} | I' \rangle = \\ = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3 Q e^{-iQ \cdot R} \left\{ F'(Q) \langle I | I_{\frac{Q}{2}}^{(E+E'-2E_F+2\mu_i)} | I' \rangle + F^Q(Q) \langle I | I_{\frac{Q}{2}}^{(E+E'-2E_F+2\mu_o)} | I' \rangle \right\} \end{aligned} \quad 3.2.8$$

mit

$$F(Q) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int e^{iQ \cdot R} F(R) d^3 R \quad 3.2.9$$

und

$$\langle I | I_K(Q) | I' \rangle = \int d^3(R-R') e^{iK \cdot (R-R')} \langle I | I_{R-R'}(Q) | I' \rangle. \quad 3.2.10$$

Durch Herausziehen eines mittleren Wertes für $I_{\frac{Q}{2}}$ im Integranden von (3.2.8) wird klar, daß man

$$\begin{aligned} \langle I | \tilde{I}^{(E+E'-2E_F+2\mu_i)} | I' \rangle &= \langle I | I_{\frac{Q}{2}}^{(E+E'-2E_F+2\mu_i)} | I' \rangle \quad \text{und} \\ \langle I | \tilde{I}^{(E+E'-2E_F+2\mu_o)} | I' \rangle &= \langle I | I_{\frac{Q}{2}}^{(E+E'-2E_F+2\mu_o)} | I' \rangle \end{aligned} \quad 3.2.11$$

identifizieren kann, und für die mittleren Werte $\langle \frac{k}{2} \rangle$ innen und außen dann jeweils gelten muß

$$F(R) \langle I | I_{\frac{k}{2}}(Q) | I' \rangle = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \int d^3Q e^{-iQ \cdot R} F(Q) \langle I | I_{\frac{k}{2}}(Q) | I' \rangle. \quad 3.2.12$$

Die Übertragung der effektiven Wechselwirkung auf endliche Kerne ergibt zusammenfassend

$$\begin{aligned} \langle I R | I(E'E') | I' R' \rangle &= f(R-R') \left\{ F(R) \langle I | I_{\frac{k}{2}}(E'E'-2Q_F+2\mu) | I' \rangle + F^0(R) \langle I | I_{\frac{k}{2}}(E'E'-2Q_F+2\mu) | I' \rangle \right\}, \\ F^i(R) &= \frac{\rho_i(R) - \rho_a}{\rho_i - \rho_a}, \quad F^0(R) = 1 - F^i(R). \end{aligned} \quad 3.2.13$$

Dabei wird für $\rho(R)$ die experimentell festgestellte Dichteverteilung der Kerne angesetzt, und die mittleren Schwerpunktsimpulse $\langle \frac{k}{2} \rangle_a$ werden durch (3.2.12) festgelegt. Schließlich überzeugt man sich noch, daß

$$\langle I | I_{\frac{k}{2}}(E'E'-2Q_F+2\mu) | I' \rangle = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \int d^3k d^3k' e^{-i\frac{k}{2} \cdot R + i\frac{k'}{2} \cdot R'} \langle \frac{k}{2} | I_{\frac{k}{2}}(E'E'-2Q_F+2\mu) | \frac{k'}{2} \rangle. \quad 3.2.14$$

Die Integralgleichung, die I im Impulsraum erfüllt, wird in Λ^0 -Näherung durch (3.1.14) gegeben, (Spin- und Isospinquantenzahlen sind hier unterdrückt worden).

3.3 Quasiteilchennäherung

Ausgangspunkt einer Näherung zur Zweipunktfunktion ist deren Spektraldarstellung (2.5.8)

$$g_{\alpha\alpha'}(E) = \sum_{|Q_p\rangle} \frac{\langle 0 | \psi_{\alpha'} | Q_p \rangle \langle Q_p | \psi_{\alpha}^{\dagger} | 0 \rangle}{E - E_p + i0} + \sum_{|1_p\rangle} \frac{\langle 0 | \psi_{\alpha'}^{\dagger} | 1_p \rangle \langle 1_p | \psi_{\alpha} | 0 \rangle}{E - E_p - i0} \quad 3.3.1$$

Da bei den hier betrachteten sphärischen Kernen und den direkten Nachbarn ein großer Teil der Schalenmodellquantenzahlen gute Quantenzahlen sind, liegt es nahe, die Schalenmodellzustände als Basiszustände zu wählen, und als unmittel-

bare Folge daraus ist die Zweipunktfunktion bezüglich der Quantenzahlen für Gesamtdrehimpuls j , der dazugehörigen magnetischen Quantenzahl m , der Parität π und der dritten Komponente des Isospins τ diagonal. Weiter folgt ebenfalls unmittelbar, daß die Summen nur noch über diejenigen Zustände laufen, die in (j, m, π, τ) mit dem Index der Zweipunktfunktion übereinstimmen. Im allgemeinen reicht diese Einschränkung noch nicht aus, die Summen auf einen einzigen Term zu reduzieren, doch in den meisten Fällen überwiegt der Überlapp eines Zustandes mit dem Schalenmodellzustand, d.h. es existiert ein Zustand, der ungefähr als Schalenmodellzustand beschreibbar ist:

$$g_{\alpha\alpha'}^R(E) = d_{\alpha\alpha'} \left\{ \frac{|\langle 0 | \psi_{\alpha} | \Omega_{\alpha} \rangle|^2}{E - E_{\alpha} + i0} + \frac{|\langle 0 | \psi_{\alpha}^{\dagger} | \Lambda_{\alpha} \rangle|^2}{E - E_{\alpha} - i0} \right\} + g_{\alpha\alpha'}^R(E). \quad 3.3.2$$

$g_{\alpha\alpha'}^R(E)$ stellt eine bei $E \sim E_{\alpha}$ reguläre Funktion dar und gibt den Untergrund der Einteilchenresonanz.

Für die Residuen gilt näherungsweise

$$|\langle 0 | \psi_{\alpha} | \Omega_{\alpha} \rangle|^2 \approx Z_{\alpha} (1 - \nu_{\alpha})$$

$$|\langle 0 | \psi_{\alpha}^{\dagger} | \Lambda_{\alpha} \rangle|^2 \approx Z_{\alpha} \nu_{\alpha} \quad 3.3.3$$

und ν_{α} stellt die Schalenmodellbesetzungszahl des Zustandes α dar.

Die Existenz solcher Schalenmodellzustände nahe der Fermikante wird durch folgende Überlegung plausibel (Mig68): ein Teilchen, das sich über dem Hintergrund anderer Teilchen bewegt, wird diese durch Wechselwirkung in sein Bewegung mit einbeziehen. Bei schwachen Anregungen nahe der Fermikante jedoch, wird die Verteilung der Hintergrundteilchen nicht wesentlich vom speziellen Zustand des zusätzlichen Teilchens abhängen, wodurch der Zustand des Gesamtsystems durch den

speziellen Zustand des hinzugefügten Teilchens festgelegt wird; das Gesamtsystem kann durch die Quantenzahlen der Einteilchenbewegung charakterisiert werden. Das hinzugefügte Teilchen mit seiner Polarisationswolke bildet eine Art "effektives Teilchen", das Quasiteilchen genannt wird; die durch

$$g_{\alpha\alpha'}(\epsilon) \approx z_{\alpha} \delta_{\alpha\alpha'} \left\{ \frac{1 - \eta_{\alpha}}{\epsilon - \epsilon_{\alpha} + i0} + \frac{\eta_{\alpha}}{\epsilon - \epsilon_{\alpha} - i0} \right\} \quad 3.3.4$$

getroffene Quasiteilchennäherung wird auch als Einpolnäherung bezeichnet. Durch diese Argumentation wird gleichzeitig klar, daß die Quasiteilchen nur für schwache Anregungen nahe der Fermikante existieren können, bei höheren Energien versagt die Quasiteilchenbeschreibung.

Mit Hilfe der Dysongleichung (2.2.7) und des effektiven Einteilchenpotentials Σ (2.2.6) kann ein Ausdruck für die Einteilchenstärken z_{α} hergeleitet werden (Wei71). Zunächst folgt aus (2.2.7) als Normierungsbedingung (We69)

$$\sum_{\alpha\beta} \langle 0 | \psi_{\alpha} | \psi_{\beta} \rangle \langle \psi_{\beta} | \psi_{\alpha}^{\dagger} | 0 \rangle \left\{ \delta_{\alpha\beta} - \frac{\partial \Sigma_{\alpha\beta}(\epsilon)}{\partial \epsilon} \right\}_{\epsilon=\epsilon_{\beta}} = 1, \quad 3.3.5$$

$$\sum_{\alpha\beta} \langle 0 | \psi_{\alpha}^{\dagger} | \psi_{\beta} \rangle \langle \psi_{\beta} | \psi_{\alpha} | 0 \rangle \left\{ \delta_{\alpha\beta} - \frac{\partial \Sigma_{\alpha\beta}(\epsilon)}{\partial \epsilon} \right\}_{\epsilon=\epsilon_{\beta}} = 1.$$

Wegen der Energieabhängigkeit des effektiven Einteilchenpotentials können die Einteilchenstärken nicht auf Eins normiert werden, was eine andere Sprechweise für den Sachverhalt darstellt, daß ein Zustand im $(A \pm 1)$ -System Beimischungen von Mehrteilchen-Mehrloch-Anregungen haben kann, eben nur ein Quasieinteilchenzustand ist.

Einsetzen der Definition der z_{α} (3.3.3) ergibt dann

$$z_{\beta} = (1 - \eta_{\beta}) \left\{ 1 - \sum_{\alpha \neq \beta} |\langle 0 | \psi_{\alpha} | \psi_{\beta} \rangle|^2 + \sum_{\alpha \neq \beta} \langle 0 | \psi_{\alpha} | \psi_{\beta} \rangle \frac{\partial \Sigma_{\alpha\beta}(\epsilon)}{\partial \epsilon} \bigg|_{\epsilon=\epsilon_{\beta}} \langle \psi_{\beta} | \psi_{\alpha}^{\dagger} | 0 \rangle \right\} +$$

$$+ \eta_{\beta} \left\{ 1 - \sum_{\alpha \neq \beta} |\langle 0 | \psi_{\alpha}^{\dagger} | \psi_{\beta} \rangle|^2 + \sum_{\alpha \neq \beta} \langle 0 | \psi_{\alpha}^{\dagger} | \psi_{\beta} \rangle \frac{\partial \Sigma_{\alpha\beta}(\epsilon)}{\partial \epsilon} \bigg|_{\epsilon=\epsilon_{\beta}} \langle \psi_{\beta} | \psi_{\alpha} | 0 \rangle \right\}. \quad 3.3.6$$

Für Kernmaterie hat Puff (Pu61) gezeigt, daß

$$\left. \frac{\partial Z_k(\epsilon)}{\partial \epsilon} \right|_{\epsilon = \epsilon(k)} \leq 0 \quad 3.3.7$$

gilt, wodurch für endliche Kerne nahegelegt wird, daß Z_Y durch

$$0 \leq Z_Y \leq 1 \quad 3.3.8$$

beschränkt wird; die experimentell bestimmten Einteilchenstärken liegen gewöhnlich bei den zu doppelmagischen benachbarten Kernen zwischen 0.6 und 0.9.

Für den unkorrelierten Teil der Antwortfunktion L^o (2.5.9), (2.5.10) und (2.5.12) ergibt sich mit der in (3.3.4) getroffenen Einpolnäherung der Zweipunktfunktion

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^o(\epsilon, \omega) = i Z_\alpha Z_\beta \delta_{\alpha\beta'} \delta_{\beta\alpha'} \left\{ \frac{1 - n_\alpha}{\epsilon + \frac{\omega}{2} - \epsilon_\alpha + i0} + \frac{n_\alpha}{\epsilon + \frac{\omega}{2} - \epsilon_\alpha - i0} \right\} \left\{ \frac{1 - n_\beta}{\epsilon - \frac{\omega}{2} - \epsilon_\beta + i0} + \frac{n_\beta}{\epsilon - \frac{\omega}{2} - \epsilon_\beta - i0} \right\} \quad 3.3.9$$

und

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^o(\omega) = - Z_\alpha Z_\beta \delta_{\alpha\beta'} \delta_{\beta\alpha'} \left\{ \frac{(1 - n_\alpha) n_\beta}{\omega - \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta + i0} - \frac{n_\alpha (1 - n_\beta)}{\omega - \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta - i0} \right\}. \quad 3.3.10$$

3.4 Renormierte RPA-Gleichung, renormierte Gleichung für Einteilchenmatrixelemente.

Die im vorigen Kapitel besprochene Einpolnäherung erlaubt eine weitere Vereinfachung der Bethe-Salpeter-Gleichung und der Einteilchenmatrixelemente in ug-Kernen (2.5.17) - (2.5.23).

Im Sinne der Einpolnäherung soll die Aufspaltung von L^o in L^{od} und L^{oc} (2.5.23) so erfolgen, daß für L^{od} nach (3.3.10)

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{od}(\epsilon, \epsilon', \omega) = 2\pi \delta(\epsilon - \epsilon') \delta(\epsilon - \frac{\epsilon_\alpha + \epsilon_{\alpha'}}{2}) L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{od}(\omega) \quad 3.4.1$$

gesetzt wird, mit

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{od}(\omega) = - Z_\alpha Z_\beta \delta_{\alpha\beta'} \delta_{\beta\alpha'} \left\{ \frac{(1 - n_\alpha) n_\beta}{\omega - \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta + i0} - \frac{n_\alpha (1 - n_\beta)}{\omega - \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta - i0} \right\}. \quad 3.4.2$$

Dabei soll implizit eine Basisbeschränkung vereinbart sein, der Art, daß keiner der vier Indizes von L^{α} einen Wert außerhalb des Modellraumes annehmen darf. Für L^{α} gilt dann einfach

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\alpha}(\epsilon, \epsilon', \omega) = L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\alpha}(\epsilon, \epsilon', \omega) - 2\pi \delta(\epsilon - \epsilon') \delta(\epsilon - \frac{\epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\alpha'}}{2}) L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\alpha}(\omega) = \delta(\epsilon - \epsilon') L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\alpha}(\epsilon, \omega) \quad 3.4.3$$

und es enthält insbesondere alle Beiträge außerhalb des Modellraumes. Wenn die Quasiteilchennäherung gut ist, und der Modellraum hinreichend groß gewählt wird, sollten Beiträge von L^{α} nahe der Fermikante klein sein.

Mit dieser Festlegung von L^{α} ergibt sich sofort für das Gleichungssystem (2.5.17) - (2.5.23)

$$\hat{L}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\alpha}(\omega) = L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\alpha}(\omega) - 2\pi L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\alpha}(\omega) \hat{I}_{\gamma\gamma'\gamma''}(\frac{\epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\alpha'}}{2}, \frac{\epsilon_{\beta} + \epsilon_{\beta'}}{2}, \omega) \hat{L}_{\beta\beta'\beta''}^{\alpha}(\omega), \quad 3.4.4$$

$$\begin{aligned} \langle Q_{\alpha} | Q | Q_{\beta} \rangle &= \delta_{\alpha\beta} \langle 0 | \psi_{\beta}^{\dagger} \psi_{\beta} | 0 \rangle g_{\beta\gamma} + \langle 0 | \psi_{\gamma} | Q_{\beta} \rangle \langle Q_{\alpha} | \psi_{\gamma}^{\dagger} | 0 \rangle 2\pi \hat{g}_{\beta\gamma}(\epsilon_{\alpha}, \epsilon_{\beta}) - \\ &- 2\pi \langle 0 | \psi_{\gamma} | Q_{\beta} \rangle \langle Q_{\alpha} | \psi_{\gamma}^{\dagger} | 0 \rangle \hat{I}_{\gamma'\gamma''\gamma'''}(\frac{\epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\alpha'}}{2}, \frac{\epsilon_{\beta} + \epsilon_{\beta'}}{2}, \epsilon_{\alpha}, \epsilon_{\beta}) \hat{L}_{\gamma\gamma'\gamma''}^{\alpha}(\epsilon_{\alpha}, \epsilon_{\beta}) 2\pi \hat{g}_{\gamma''}(\frac{\epsilon_{\gamma} + \epsilon_{\gamma'}}{2}, \frac{\epsilon_{\gamma} + \epsilon_{\gamma'}}{2}), \end{aligned} \quad 3.4.5$$

$$\begin{aligned} \langle \Lambda_{\alpha} | Q | \Lambda_{\beta} \rangle &= \delta_{\alpha\beta} \langle 0 | \psi_{\beta}^{\dagger} \psi_{\beta} | 0 \rangle g_{\beta\gamma} - \langle 0 | \psi_{\gamma}^{\dagger} | \Lambda_{\beta} \rangle \langle \Lambda_{\alpha} | \psi_{\gamma} | 0 \rangle 2\pi \hat{g}_{\beta\gamma}(\epsilon_{\alpha}, \epsilon_{\beta}) + \\ &+ 2\pi \langle 0 | \psi_{\gamma}^{\dagger} | \Lambda_{\beta} \rangle \langle \Lambda_{\alpha} | \psi_{\gamma} | 0 \rangle \hat{I}_{\gamma'\gamma''\gamma'''}(\frac{\epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\alpha'}}{2}, \frac{\epsilon_{\beta} + \epsilon_{\beta'}}{2}, \epsilon_{\alpha}, \epsilon_{\beta}) \hat{L}_{\gamma\gamma'\gamma''}^{\alpha}(\epsilon_{\alpha}, \epsilon_{\beta}) 2\pi \hat{g}_{\gamma''}(\frac{\epsilon_{\gamma} + \epsilon_{\gamma'}}{2}, \frac{\epsilon_{\gamma} + \epsilon_{\gamma'}}{2}), \end{aligned} \quad 3.4.6$$

$$\hat{I}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\alpha}(\epsilon, \epsilon', \omega) = I_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\alpha}(\epsilon, \epsilon', \omega) - \int d\epsilon'' I_{\alpha\gamma\alpha'\gamma'}^{\alpha}(\epsilon, \epsilon'', \omega) L_{\gamma\gamma'\gamma''}^{\alpha}(\epsilon'', \omega) \hat{I}_{\beta\beta'\beta''}^{\alpha}(\epsilon', \epsilon', \omega), \quad 3.4.7$$

$$\hat{g}_{\beta\alpha}^{\alpha}(\epsilon_2, \epsilon_1) = \frac{1}{2\pi} g_{\beta\alpha} - \frac{1}{2\pi} \int d\epsilon \hat{I}_{\beta\beta'\alpha'\alpha}^{\alpha}(\frac{\epsilon_2 + \epsilon_2'}{2}, \epsilon, \epsilon_2 - \epsilon_1) L_{\beta'\beta''\alpha'}^{\alpha}(\epsilon, \epsilon_2 - \epsilon_1) g_{\beta'\gamma}. \quad 3.4.8$$

Das explizite Auftauchen der Einteilchenstärken (3.3.3) kann durch die sogenannte Renormierungsprozedur beseitigt werden,

wenn gesetzt wird

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^S(\omega) = (Z_\alpha Z_\beta Z_{\alpha'} Z_{\beta'})^{\frac{1}{2}} L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\alpha}(\omega) = -d_{\alpha\beta'} d_{\beta\alpha'} \left\{ \frac{(1-n_\alpha)n_\beta}{\omega - \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + i0} - \frac{n_\alpha(1-n_\beta)}{\omega - \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta - i0} \right\}. \quad 3.4.9$$

$L^S(\omega)$ ist jetzt genau die Antwortfunktion, die man bei voller Gültigkeit des Schalenmodells erhalten würde. Mit den Bezeichnungen

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^R(\varepsilon, \omega) = (Z_\alpha Z_\beta Z_{\alpha'} Z_{\beta'})^{-\frac{1}{2}} L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\alpha c}(\varepsilon, \omega), \quad 3.4.10$$

$$\tilde{L}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\omega) = (Z_\alpha Z_\beta Z_{\alpha'} Z_{\beta'})^{-\frac{1}{2}} \hat{L}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\omega), \quad 3.4.11$$

$$\tilde{I}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) = (Z_\alpha Z_\beta Z_{\alpha'} Z_{\beta'})^{\frac{1}{2}} 2\pi \hat{I}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \varepsilon', \omega), \quad 3.4.12$$

$$\tilde{q}_{\beta\alpha}(\varepsilon_2, \varepsilon_1) = (Z_\alpha Z_\beta)^{\frac{1}{2}} 2\pi \hat{q}_{\beta\alpha}(\varepsilon_2, \varepsilon_1) \quad 3.4.13$$

lauten die Bethe-Salpeter-Gleichung und die Matrixelemente von Q

$$\tilde{L}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\omega) = L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^S(\omega) - L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^S(\omega) \tilde{I}_{\beta'\beta\alpha'\alpha}(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}, \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}, \omega) \tilde{L}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\omega), \quad 3.4.14$$

$$\begin{aligned} \langle Q_\alpha | Q | Q_\beta \rangle &= \delta_{\alpha\beta} \langle 0 | \psi_\beta^\dagger \psi_\alpha | 0 \rangle q_{\beta\alpha} + \tilde{q}_{\beta\alpha}(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta) - \\ &- \tilde{I}_{\alpha\eta_1\beta\eta_1}(\frac{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta}{2}, \frac{\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta}{2}, \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta) \tilde{L}_{\eta_1\eta_1\alpha'\alpha}(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta) \tilde{q}_{\beta\alpha}(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta}{2}, \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta}{2}), \end{aligned} \quad 3.4.15$$

$$\begin{aligned} \langle Q_\alpha | Q | 1_\beta \rangle &= \delta_{\alpha\beta} \langle 0 | \psi_\beta^\dagger \psi_\alpha | 0 \rangle q_{\beta\alpha} - \tilde{q}_{\beta\alpha}(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\alpha) + \\ &+ \tilde{I}_{\beta\eta_1\alpha\eta_1}(\frac{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\alpha}{2}, \frac{\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\alpha}{2}, \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\alpha) \tilde{L}_{\eta_1\eta_1\alpha'\alpha}(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\alpha) \tilde{q}_{\beta\alpha}(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\alpha}{2}, \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\alpha}{2}), \end{aligned} \quad 3.4.16$$

und für die effektiven Größen $\tilde{q}$ und $\tilde{I}$ gilt damit

$$\tilde{q}_{\beta\alpha}(\varepsilon_2, \varepsilon_1) = \sqrt{Z_\alpha Z_\beta} q_{\beta\alpha} - \frac{1}{2\pi} \int d\varepsilon \tilde{I}_{\beta\alpha\alpha'\alpha}(\frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{2}, \varepsilon, \varepsilon_2 - \varepsilon_1) L_{\alpha\beta\alpha'\alpha}^R(\varepsilon, \varepsilon_2, \varepsilon_1) \sqrt{Z_{\alpha'}} q_{\beta\alpha'}, \quad 3.4.17$$

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) &= \sqrt{Z_\alpha Z_\beta Z_{\alpha'} Z_{\beta'}} 2\pi I_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) - \\ &- \int d\varepsilon'' \sqrt{Z_\alpha Z_\beta Z_{\alpha'} Z_{\beta'}} I_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon, \varepsilon'', \omega) L_{\beta'\beta\alpha'\alpha}^L(\varepsilon'', \omega) \tilde{I}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\varepsilon'', \varepsilon', \omega). \end{aligned} \quad 3.4.18$$

Gleichungen (3.4.14), (3.4.15) und (3.4.16) stellen noch exakte Ausdrücke dar, doch ist der ganze Formalismus daraufhin zugeschnitten, zu gegebenem Zeitpunkt $L^R = 0$ zu setzen. Die Lösung der Bethe-Salpeter-Gleichung (3.4.14) ist jetzt ein rein algebraisches Problem, und die Matricelemente des Operators Q (3.4.15), (3.4.16) sind danach ohne zusätzliche Diagonalisationen aus der Lösung verfügbar. Dazu macht man den durch die Spektraldarstellung von $L(\omega)$ nahegelegten Ansatz

$$\tilde{L}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\omega) = - \sum_{M \neq 10} \left\{ \frac{\tilde{C}_{\alpha\alpha'}^N \tilde{C}_{\beta\beta'}^{N*}}{\omega - E_N + E_0 + i0} - \frac{\tilde{C}_{\alpha\alpha'}^{N*} \tilde{C}_{\beta\beta'}^N}{\omega + E_N - E_0 - i0} \right\}, \quad 3.4.19$$

(2.5.14), (3.6.11) mit

$$\tilde{C}_{\alpha\alpha'}^N = (Z_\alpha Z_{\alpha'})^{-\frac{1}{2}} \langle 0 | \psi_{\alpha'}^\dagger \psi_\alpha | N \rangle, \quad 3.4.20$$

der für $L^R = 0$ richtig ist, und betrachtet die Bethe-Salpeter-Gleichung an den Polstellen $\omega_N \sim E_N - E_0$ und erhält als Beziehung für die Residuen

$$\tilde{C}_{\alpha\alpha'}^N = - L_{\alpha\gamma\alpha'\gamma'}^S(\omega_N) \tilde{I}_{\gamma\gamma'\gamma\gamma'}\left(\frac{E_{\alpha'}^N - E_{\gamma'}^N}{2}, \frac{E_{\gamma}^N - E_{\alpha}^N}{2}, \omega_N\right) \tilde{C}_{\gamma\gamma'}^N. \quad 3.4.21$$

Für $\omega_N \neq E_\alpha - E_\gamma$ folgt dann (Summationen explizit angegeben und auf den Modellraum beschränkt)

$$(E_\alpha - E_\beta - \omega_N) \tilde{C}_{\alpha\beta}^N = (n_\alpha - n_\beta) \sum_{\gamma} \tilde{I}_{\alpha\gamma\beta\gamma}\left(\frac{E_{\alpha'}^N - E_{\gamma'}^N}{2}, \frac{E_{\gamma}^N - E_{\beta}^N}{2}, \omega_N\right) \tilde{C}_{\gamma\gamma'}^N. \quad 3.4.22$$

Dies stellt für den Fall, daß die renormierte Wechselwirkung nicht von den Anregungsenergien ω_N des A-Teilchen-Systems abhängt eine Matriceigenwertgleichung dar, die als renormierte RPA-Gleichung (Wei71) bezeichnet wird. Der Name Random Phase Approximation stammt aus Untersuchungen über das Elektronengas, wo ähnliche Gleichungen abgeleitet wurden. Dabei ergeben sich als Eigenwerte die Anregungsenergien ω_N des A-Teilchen-Systems, und als Eigenvektoren die renormierten

Teilchen-Loch-Amplituden $\tilde{\mathcal{C}}_{\alpha\beta}^N$. Durch den Faktor $(n_\alpha - n_\beta)$ der Besetzungszahlen wird sichergestellt, daß nur Teilchen-Loch-Amplituden auftauchen, für die das Teilchen über der Schalenmodell-Fermikante und das Loch unterhalb davon liegen, und des korrelierten Grundzustands wegen auch diejenigen mit dem Loch über der Fermikante und dem Teilchen unterhalb.

Da durch den Polvergleich der inhomogene Term $L^S(\omega)$ in der Bethe-Salpeter-Gleichung ignoriert worden ist, kann die Eigenwertgleichung (3.4.22) nichts über die Normierung der Teilchen-Loch-Amplituden $\tilde{\mathcal{C}}^N$ aussagen. Eine Normierungsbedingung ergibt sich aber sehr einfach durch Integration der Bethe-Salpeter-Gleichung (3.4.14) über die Energie ω . Unter der Annahme, daß die Wechselwirkung nicht von ω abhängt und alle ω_N reell sind, folgt

$$\frac{1}{2\pi i} \oint \tilde{L}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\omega) d\omega - \frac{1}{2\pi i} \oint \tilde{L}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\omega) d\omega = \sum_{N, \omega_N > 0} \{ \tilde{\mathcal{C}}_{\alpha\alpha'}^N \tilde{\mathcal{C}}_{\beta\beta'}^N - \tilde{\mathcal{C}}_{\alpha\alpha'}^N \tilde{\mathcal{C}}_{\beta\beta'}^N \} - (n_\alpha - n_\beta) \delta_{\alpha\beta'} \delta_{\beta\alpha'}. \quad 3.4.23$$

Mit der üblichen Methode, die Orthogonalität der Lösungen eines Eigenwertproblems zu beweisen, folgt unter den gleichen Voraussetzungen wie oben

$$(\omega_N - \omega_M) \sum_{\alpha\beta} (n_\alpha - n_\beta) \tilde{\mathcal{C}}_{\beta\alpha}^{N*} \tilde{\mathcal{C}}_{\beta\alpha}^M = 0. \quad 3.4.24$$

Unter Ausnutzung der Lösungssymmetrie

$$\tilde{\mathcal{C}}_{\beta\alpha}^{N*} = e^{i\varphi_N} \tilde{\mathcal{C}}_{\alpha\beta}^{-N}, \quad \varphi_N \in \mathbb{R} \quad 3.4.25$$

für den Eigenvektor $\tilde{\mathcal{C}}_{\alpha\beta}^{-N}$ zum Eigenwert $\omega = -\omega_N$, der symmetrisch zu $\omega = \omega_N$ vorkommt, erhält man aus (3.4.23), (3.4.24) die zweite Normierungsbedingung

$$\sum_{\alpha\beta} (n_\alpha - n_\beta) \tilde{\mathcal{C}}_{\beta\alpha}^{N*} \tilde{\mathcal{C}}_{\beta\alpha}^N = \text{sign}(\omega_N) \delta_{NN}; \quad \text{sign}(0) = 0. \quad 3.4.26$$

Für eine eingehendere Diskussion der Lösungseigenschaften der RPA-Gleichung sei auf Kapitel (5.4) verwiesen. Zu den

beiden Annahmen sei nur kurz bemerkt: in Leiternäherung ist I von ω unabhängig, so daß mit dem Hintergedanken $L^k \sim 0$ auch $\tilde{I}$ näherungsweise von ω unabhängig ist. Die Annahme, daß alle ω_N reell sein sollen, ist geradezu eine Konsistenzforderung, da dies bereits in der Spektraldarstellung (3.4.19) von $\tilde{L}$ stillschweigend vorausgesetzt wurde. Thouless (Th61) hat gezeigt, daß in einer stabilen, selbstkonsistenten Hartree-Fock-Basis alle ω_N reell sind; auch hierzu sei auf Kapitel (5.4) verwiesen.

In zusammenfassender Darstellung beinhaltet die Berechnung von Matrixelementen eines Einteilchenoperators Q in ug-Kernen jetzt folgende Schritte:

nach Lösung des Eigenwertproblems

$$(\epsilon_\alpha - \epsilon_\beta - \omega_N) \tilde{C}_{\alpha\beta}^N = (n_\alpha - n_\beta) \sum_{\gamma} \tilde{I}_{\alpha\gamma\beta d} \left(\frac{\epsilon_\alpha + \epsilon_\beta}{2}, \frac{\epsilon_\gamma + \epsilon_d}{2}, \omega_N \right) \tilde{C}_{d\gamma}^N \quad 3.4.27$$

berechnet man die Antwortfunktion

$$\tilde{L}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\omega) = - \sum_{N>0} \left\{ \frac{\tilde{C}_{\alpha\alpha'}^N \tilde{C}_{\beta\beta'}^{N*}}{\omega - \omega_N + i0} - \frac{\tilde{C}_{\alpha\alpha'}^{N*} \tilde{C}_{\beta\beta'}^N}{\omega + \omega_N - i0} \right\} \quad 3.4.28$$

und erhält dann die Matrixelemente von Q durch Summation von

$$\begin{aligned} \langle Q_\alpha | Q | Q_\beta \rangle &= \delta_{\alpha\beta} \langle 0 | \psi_d^\dagger \psi_Y | 0 \rangle q_{dY} + \tilde{q}_{\alpha\beta}(\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta) - \\ &- \tilde{I}_{\alpha\eta\beta\eta} \left(\frac{\epsilon_\alpha + \epsilon_\beta}{2}, \frac{\epsilon_\eta + \epsilon_\eta}{2}, \epsilon_\alpha - \epsilon_\beta \right) \tilde{L}_{\eta Y \eta' d}(\epsilon_\beta - \epsilon_\alpha) \tilde{q}_{d\eta'} \left(\frac{\epsilon_Y + \epsilon_d + \epsilon_\alpha - \epsilon_\beta}{2}, \frac{\epsilon_Y + \epsilon_d - \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta}{2} \right), \end{aligned} \quad 3.4.29$$

$$\begin{aligned} \langle n_\alpha | Q | n_\beta \rangle &= \delta_{\alpha\beta} \langle 0 | \psi_d^\dagger \psi_Y | 0 \rangle q_{dY} - \tilde{q}_{\beta\alpha}(\epsilon_\beta, \epsilon_\alpha) + \\ &+ \tilde{I}_{\beta\eta\alpha\eta} \left(\frac{\epsilon_\alpha + \epsilon_\beta}{2}, \frac{\epsilon_\eta + \epsilon_\eta}{2}, \epsilon_\beta - \epsilon_\alpha \right) \tilde{L}_{\eta Y \eta' d}(\epsilon_\beta - \epsilon_\alpha) \tilde{q}_{d\eta'} \left(\frac{\epsilon_Y + \epsilon_d - \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta}{2}, \frac{\epsilon_Y + \epsilon_d + \epsilon_\alpha - \epsilon_\beta}{2} \right). \end{aligned} \quad 3.4.30$$

Die Einteilchenmatrixelemente des effektiven Operators $\tilde{Q}$ sind in (3.4.17) gegeben, für die effektive Wechselwirkung $\tilde{I}$ gilt (3.4.18).

3.5 Einige Aussagen über die effektiven Einteilchenoperatoren.

Allgemein gültige, quantitative Aussagen zu den effektiven Einteilchenoperatoren $\tilde{Q}$ (3.4.17) sind äußerst schwierig, da bei der Herleitung der RPA-Gleichung und der Matrixelemente von Q gerade die schwer faßbaren Terme summarisch in die effektive Wechselwirkung $\tilde{I}$ (3.4.16) und in die effektiven Operatoren $\tilde{Q}$ gesteckt wurden.

Generell kann zunächst einmal festgestellt werden, daß die Beiträge zu $\tilde{Q}$ von Zuständen herkommen, die weit von der Fermikante weg liegen, da die Quasiteilchennäherung an der Fermikante für eine gute Näherung gehalten wird. Da deshalb $\tilde{Q}$ keine Effekte enthält, die mit der speziellen Schalenstruktur eines bestimmten Kernes zusammenhängen, muß $\tilde{Q}$ sehr allgemein den effektiven Operator für alle Kerne darstellen. Im Sinne dieser Vorbemerkung betrachte man das effektive Feld

$$F_{\alpha\beta}^Q(\varepsilon, \omega) = q_{\alpha\beta} - \int d\varepsilon' \mathcal{I}_{\alpha\beta\gamma\gamma'}(\varepsilon, \varepsilon'; \omega) \mathcal{L}_{\gamma'\gamma\delta}(\varepsilon'; \omega) q_{\delta\delta'} \quad 3.5.1$$

für Energieargumente $\omega \gg |\varepsilon_f - \varepsilon_f|$, bei denen der Beitrag von den Polen an der Fermikante gegenüber dem Untergrund (3.9.2) vernachlässigt werden kann. Offensichtlich gilt dann gerade

$$F_{\alpha\beta}^Q(\varepsilon, \omega) = q_{\alpha\beta} - \int d\varepsilon' \hat{\mathcal{I}}_{\alpha\beta\gamma\gamma'}(\varepsilon, \varepsilon'; \omega) \mathcal{L}_{\gamma'\gamma\delta}^{oc}(\varepsilon'; \omega) q_{\delta\delta'}, \quad \omega \gg |\varepsilon_f - \varepsilon_f|, \quad 3.5.2$$

was man sich durch Herausstreichen aller Beiträge von L^{∞} zu L unter Berücksichtigung von (2.5.19) sofort klarmachen kann. (3.5.2) stellt aber gerade den in (3.4.13), (3.4.17) definierten Operator

$$(\mathcal{Z}_\alpha \mathcal{Z}_\beta)^{-\frac{1}{2}} \tilde{q}_{\alpha\beta}(\varepsilon + \frac{\omega}{2}, \varepsilon - \frac{\omega}{2}) = F_{\alpha\beta}^Q(\varepsilon, \omega), \quad \omega \gg |\varepsilon_f - \varepsilon_f| \quad 3.5.3$$

dar. Unter Benutzung der Dysongleichung (2.2.7) kann eine

weitere Gleichung für das effektive Feld angegeben werden

$$F_{\alpha\beta}^Q(\varepsilon, \omega) = - \delta_{\alpha\beta}^0 g_{\alpha\beta}^{-1}(\varepsilon + \frac{\omega}{2}, \varepsilon - \frac{\omega}{2}); \quad 3.5.4$$

das effektive Feld ist gerade die durch schwache, äußere Felder

$$Q = g_{\alpha\beta}^+ \psi_{\alpha}^{\dagger} \psi_{\beta} e^{-i\omega t} \quad 3.5.5$$

verursachte Änderung der inversen Greenfunktion und gibt für die speziellen Energieargumente

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta}}{2}, \quad \omega = \varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_{\beta} \quad 3.5.6$$

bis auf Faktoren die Matrixelemente von Einteilchenoperatoren in den ug-Kernen (2.5.24).

Diese Änderung kann in einigen Fällen angegeben werden (Mig67). Für äußere Felder Q, die mit dem Hamiltonoperator vertauschen, kann gleichzeitig mit der Zweipunktfunktion eine Diagonalsbasis gewählt werden, und es gilt dort ($\omega \rightarrow 0$)

$$\delta^0 g_{\alpha\beta}^{-1}(\varepsilon, \varepsilon) = [g_{\alpha\beta}^{-1}(\varepsilon, g_{\alpha\alpha}) - g_{\alpha\beta}^{-1}(\varepsilon)] \delta_{\alpha\beta} = - \frac{g_{\alpha\alpha}}{2\alpha} \delta_{\alpha\beta}, \quad \varepsilon \approx \varepsilon_{\alpha}. \quad 3.5.7$$

Für diese diagonalen Felder gilt zwar damit

$$F_{\alpha\beta}^Q(\varepsilon, 0) = \frac{g_{\alpha\alpha}}{2\alpha} \delta_{\alpha\beta}, \quad 3.5.8$$

aber wegen $\omega = 0$ kann (3.5.3) nicht zur Bestimmung von $\tilde{q}$ herangezogen werden. Dies gelingt aber, wenn man das effektive Feld (3.5.1) durch die effektiven Größen $\tilde{I}$, $\tilde{q}$ (3.4.13, ff) ausdrückt

$$F_{\alpha\beta}^Q(\varepsilon, \omega) = (2\alpha\varepsilon_{\beta})^{-\frac{1}{2}} \tilde{q}_{\alpha\beta}^{\omega}(\varepsilon + \frac{\omega}{2}, \varepsilon - \frac{\omega}{2}) - \frac{(2\alpha\varepsilon_{\alpha})^{\frac{1}{2}}}{2\pi} \int d\varepsilon' d\varepsilon'' \tilde{I}_{\alpha\beta\alpha\beta}(\varepsilon, \varepsilon', 0) \tilde{I}_{\beta\beta\alpha\alpha}(\varepsilon', \varepsilon'', \omega) \tilde{q}_{\beta\alpha}^{\omega}(\varepsilon'' + \frac{\omega}{2}, \varepsilon'' - \frac{\omega}{2}). \quad 3.5.9$$

Dies ergibt mit (3.5.8)

$$\tilde{q}_{\alpha\beta}^{\omega}(\varepsilon, \varepsilon) = g_{\alpha\alpha} \delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{2\pi} \int d\varepsilon' d\varepsilon'' \tilde{I}_{\alpha\beta\alpha\beta}(\varepsilon, \varepsilon', 0) \tilde{I}_{\beta\beta\alpha\alpha}(\varepsilon', \varepsilon'', \omega) \tilde{q}_{\beta\alpha}^{\omega}(\varepsilon'' + \frac{\omega}{2}, \varepsilon'' - \frac{\omega}{2}). \quad 3.5.10$$

Da aber $\tilde{L}_{\gamma'\delta'}^{\gamma\delta}$ wegen der Differenz je zweier Besetzungszahlen ($n_\delta - n_{\delta'}$), siehe etwa (3.4.28), für $\delta = \delta'$ verschwindet, ergibt (3.5.10) durch Iteration schließlich

$$\tilde{g}_{\alpha\beta}(\varepsilon, \varepsilon) = g_{\alpha\beta} \delta_{\alpha\beta} \quad 3.5.11$$

und gewährleistet damit etwa für den Teilchenzahloperator N

$$\langle Q_\alpha | N | Q_\alpha \rangle = \sum_{\gamma} \langle 0 | \psi_\gamma^\dagger \psi_\gamma | 0 \rangle + 1 = A + 1, \quad 3.5.12$$

$$\langle \Lambda_\alpha | N | \Lambda_\alpha \rangle = \sum_{\gamma} \langle 0 | \psi_\gamma^\dagger \psi_\gamma | 0 \rangle - 1 = A - 1. \quad 3.5.13$$

Ähnliches gilt dann für den Operator des Gesamtdrehimpulses und den Ladungsoperator.

Der effektive Operator $\tilde{Q}$ kann für nichtdiagonale Felder Q aus der Forderung der Eichinvarianz physikalischer Größen hergeleitet werden (Mig67, WE70).

Die Transformation

$$\psi_i \rightarrow e^{i\chi_i} \psi_i, \quad \chi_i = \chi(t_i, \tau_i, t_i) \quad 3.5.14$$

der Feldoperatoren bewirkt in der Bewegungsgleichung der Feldoperatoren (2.1.7) das Auftreten eines zusätzlichen Terms h'

$$h'_{ii'} = \left[- \frac{\nabla \chi}{u} \cdot p + \frac{(\nabla \chi)^2}{2u} - \frac{\Delta \chi}{2u i} - \chi \frac{1}{i} \delta_{ii'} \right]. \quad 3.5.15$$

Dieser Term kann, wenn im Kern für Ladung und Ströme eine Kontinuitätsgleichung gilt, keine Änderung physikalisch meßbarer Größen bewirken - bei elektromagnetischen Feldern zum Beispiel, läßt die Transformation $\phi \rightarrow \phi - \dot{\chi}$, $\underline{A} \rightarrow \underline{A} + \nabla \chi$ das elektrische E-Feld und das magnetische B-Feld invariant -. Die Änderung der Zweipunktfunktion in linearer Ordnung in χ ergibt sich aus (2.1.9) und (3.5.14) sofort zu

$$\delta g_{ii'} = i \chi_i g_{ii'} - i g_{ii'} \chi_{i'}. \quad 3.5.16$$

Mit $\chi_i = f(\alpha_i, t) e^{-i\Omega t}$ gilt dann im Energieraum und in beliebiger Basis

$$\delta g_{\alpha\beta}^{-1}(\epsilon + \frac{\Omega}{2}, \epsilon - \frac{\Omega}{2}) = -i \{ g_{\alpha\gamma}^{-1}(\epsilon + \frac{\Omega}{2}) f_{\gamma\beta} - f_{\alpha\gamma} g_{\gamma\beta}^{-1}(\epsilon - \frac{\Omega}{2}) \}, \quad 3.5.17$$

und für ϵ nahe an der Fermikante, $\Omega < \epsilon_F$, kann für g die Einpolnähierung (3.3.4) eingesetzt werden

$$\delta g_{\alpha\beta}^{-1}(\epsilon + \frac{\Omega}{2}, \epsilon - \frac{\Omega}{2}) = -i(\Omega - \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta) \frac{f_{\alpha\beta}}{2\epsilon_F}. \quad 3.5.18$$

Hierbei wurde zusätzlich $z_\alpha = z_\beta$ angenommen (dies wird später generell gesetzt werden). Für $\Omega = \epsilon_\alpha - \epsilon_\beta$ (3.5.6) verschwindet das effektive Feld: das Feld $(\tilde{\chi}, \nabla \chi)$ kann keine Übergänge im Kern verursachen.

Für das effektive Feld, das durch χ verursacht wird, gilt (3.5.15), (3.5.1)

$$F_{\alpha\beta}(\epsilon, \Omega) = F_{\alpha\beta}^{\nabla f}(\epsilon, \Omega) + i\Omega F_{\alpha\beta}^f(\epsilon, \Omega), \quad 3.5.19$$

dabei enthält F^f den Beitrag von $\tilde{\chi}$ und $F^{\nabla f}$ alle restlichen Terme aus (3.5.15) mit $\nabla \chi$, und offensichtlich erfüllt F^f die Gleichung

$$F_{\alpha\beta}^f(\epsilon, \Omega) = f_{\alpha\beta} - \int d\epsilon' I_{\alpha\gamma\beta\gamma'}(\epsilon, \epsilon', \Omega) L_{\gamma'\delta'\gamma\delta}(\epsilon', \Omega) f_{\delta\delta'}. \quad 3.5.20$$

Wird jetzt

$$F_{\alpha\beta}^{\nabla f}(\epsilon, \Omega) + i\Omega F_{\alpha\beta}^f(\epsilon, \Omega) = i(\Omega - \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta) \frac{f_{\alpha\beta}}{2\epsilon_F} \quad 3.5.21$$

bei Energien $\epsilon_F > \Omega \gg |\epsilon_\alpha - \epsilon_\beta|$ betrachtet, so kann mit Hilfe von (3.5.3), (3.5.20)

$$\tilde{f}_{\alpha\beta} = f_{\alpha\beta} \quad 3.5.22$$

geschlossen werden, da bei diesen Energien sowohl $F^{\nabla f}$ als auch F^f nur schwach von Ω abhängen. Wie im Falle der diagonalen Felder gilt auch für nichtdiagonale skalare Felder, daß der effektive Operator $\tilde{Q}$ gleich dem nackten Operator Q gesetzt werden muß.

Die Gleichheit der Matrixelemente vom effektiven Operator $\tilde{Q}$ und dem effektiven Feld F^Q (3.5.3) bei hohen Energien ist nur dann gewährleistet, wenn die Basis hinreichend groß gewählt wird, so daß $L^R(\omega)$ tatsächlich nur schwach von ω abhängt. Wird die Basis so klein gewählt, daß wichtige Pole in L^R auftauchen, kann der Schluß $\tilde{g}_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}$ nicht mehr vollzogen werden.

4. Ankopplung des elektromagnetischen Feldes

Ein großer Teil der experimentellen Daten über Kerneigenschaften umfaßt die Wechselwirkung des Kerns mit dem elektromagnetischen Feld. Da die Kopplung des elektromagnetischen Feldes an das Kernfeld sehr gut durch Einteilchenoperatoren, den Multipoloperatoren, beschrieben werden kann, soll die Theorie der vorangehenden Kapitel auf die elektromagnetischen Eigenschaften der Kerne wie elektromagnetische Übergangswahrscheinlichkeiten und statische Multipolmomente angewandt werden.

4.1 Elektrische und magnetische Multipoloperatoren.

Die Kopplung des elektromagnetischen Feldes an das Kernfeld wird durch den Hamiltonoperator

$$H = H_K + H_F + H_{KF} \quad 4.1.1$$

erreicht, H_K beschreibt das Kernfeld alleine, H_F das elektromagnetische Feld und H_{KF} die Wechselwirkung beider Felder. In Coulombbeziehung ($\text{div } \underline{A} = 0, \phi = 0$) folgt für die elektromagnetischen Felder aus den Maxwellgleichungen

$$\underline{E} = \frac{1}{c} \dot{\underline{A}} \quad 4.1.2$$

$$\underline{B} = \nabla \times \underline{A} \quad 4.1.3$$

$$\Delta \underline{A} - \frac{1}{c^2} \ddot{\underline{A}} = 0, \quad \text{div } \underline{A} = 0. \quad 4.1.4$$

Die allgemeine Lösung des Gleichungssystems (4.1.4) in einer sphärischen Basis kann als (Summationskonvention über doppelt vorkommende Indizes)

$$\underline{A} = \alpha_{\pi l m k} \underline{A}_{\pi} (l m k) + \chi_{\pi l m k}^* \underline{A}_{\pi}^* (l m k) \quad 4.1.5$$

geschrieben werden (BS68), wobei

$$A_{\pi}(l u k) = \sqrt{\frac{4\pi k}{2l+1}} j_l(kr) Y_{lm}(\hat{r}) e^{-i\omega k t} \quad 4.1.6$$

für $\pi = (-)^{l-1}$ (entspricht magn. Feld)*,

$$A_{\pi}(l u k) = \sqrt{\frac{4\pi k}{2l+1}} \left\{ \sqrt{\frac{l+1}{2l+1}} j_{l+1}(kr) Y_{l+1,m}(\hat{r}) - \sqrt{\frac{l}{2l+1}} j_{l-1}(kr) Y_{l-1,m}(\hat{r}) \right\} e^{-i\omega k t} \quad 4.1.7$$

für $\pi = (-)^l$ (entspricht elek. Feld),

und $\alpha_{\pi l u k}$ zunächst beliebige Koeffizienten sind, die beim Übergang zur Besetzungszahldarstellung Operatoren werden, die folgenden Vertauschungsbeziehungen genügen ($[A, B] = AB - BA$)

$$[\alpha_{\pi l u k}, \alpha_{\pi' l' u' k'}] = 0, \quad 4.1.8$$

$$[\alpha_{\pi l u k}, \alpha_{\pi' l' u' k'}^\dagger] = \delta_{\pi\pi'} \delta_{ll'} \delta_{uu'} \delta_{kk'}. \quad 4.1.9$$

Für die Komponenten des Vektorfeldes $\underline{A}$ gilt eine Orthogonalitätsbeziehung

$$\int \underline{A}_{\pi}^*(l u k) \underline{A}_{\pi'}(l' u' k') d^3r = \frac{2\pi c}{k} \delta_{\pi\pi'} \delta_{ll'} \delta_{uu'} \delta_{kk'}, \quad 4.1.10$$

und damit ergibt sich für H_F

$$H_F = \frac{1}{8\pi} \int (\underline{E}^2 + \underline{B}^2) d^3r = \frac{1}{8\pi} \int \left[\frac{1}{c^2} \dot{\underline{A}}^2 + (\nabla \times \underline{A})^2 \right] d^3r = c \sum_k \left(\alpha_{\pi l u k}^\dagger \alpha_{\pi l u k} + \frac{1}{2} \right), \quad 4.1.11$$

so daß Eigenzustände von H_F durch Angabe der Zahl $n_{\pi l u k}$ von Quanten im Zustand $(\pi l u k)$ charakterisiert werden können.

Die Wechselwirkung des elektromagnetischen Feldes mit dem Kernfeld lautet dann mit den Feldoperatoren $\underline{U}_x$ des Kernfeldes (2.1.1) (BS68)

$$\begin{aligned} H_{KF} &= - \langle \alpha | \frac{e(HT_3)}{2mc} \underline{A} \cdot \underline{p} + \mu_N \cdot (\nabla \times \underline{A}) | \beta \rangle \underline{U}_x^\dagger \underline{U}_p = \\ &= - \langle \alpha | \frac{e(HT_3)}{2mc} \underline{A}_{\pi}^*(l u k) \cdot \underline{p} + \mu_N \cdot (\nabla \times \underline{A}_{\pi}(l u k)) | \beta \rangle \alpha_{\pi l u k}^\dagger \underline{U}_x^\dagger \underline{U}_p = \\ &= - \langle \alpha | \frac{e(HT_3)}{2mc} \underline{A}_{\pi}(l u k) \cdot \underline{p} + \mu_N \cdot (\nabla \times \underline{A}_{\pi}(l u k)) | \beta \rangle \alpha_{\pi l u k} \underline{U}_x^\dagger \underline{U}_p. \end{aligned} \quad 4.1.12$$

* $j_l(kr)$ bezeichnet die sphärischen Besselfunktionen (Ed64),
 $Y_{lm}(\hat{r})$ die Vektorkugelfunktionen (Ed64)

$\underline{P}$ ist der Impulsoperator $\underline{P} = \frac{\hbar}{i} \nabla$,
 τ_3 die dritte Komponente des Isospinoperators, und für
 Magnetisierung $\underline{\mu}^s$, die vom Spin der Nukleonen herrührt,
 gilt

$$\underline{\mu}^s = \frac{e}{2mc} \left(\frac{1+\tau_3}{2} g_p + \frac{1-\tau_3}{2} g_n \right) \pm \underline{S}, \quad 4.1.13$$

(der Spinoperator $\underline{S} = \frac{1}{2} \underline{\sigma}$).

Für freie Nukleonen gilt für die gyromagnetischen Faktoren

$$g_p = 5.58, \quad g_n = -3.82. \quad 4.1.14$$

Im Wechselwirkungsterm H_{KF} sind Beiträge der Ordnung $\hbar^2$
 vernachlässigt worden, da die Kopplungskonstante der elektro-
 magnetischen Kräfte klein gegen diejenige der Kernkräfte ist.
 Da H_{KF} nicht mehr mit H_F vertauscht, können jetzt Photonen
 emittiert oder absorbiert werden.

Die Wahrscheinlichkeiten dafür berechnen sich in der hier
 ausreichenden ersten Ordnung der Diracschen Störungstheorie
 aus den Matrixelementen von H_{KF} zwischen Anfangs- und End-
 zustand des Systems Kern und Photonenfeld.

Die Übergangswahrscheinlichkeit eines Kerns vom Zustand
 $|I\rangle \rightarrow |F\rangle$ unter Emission eines Quants der Energie $\epsilon = E_I - E_F$
 der Polarität λ und der Parität π (elektrisch oder magne-
 tisch) ergibt sich damit (siehe z. B. BS68) zu

$$P_{IF} = (n_{\pi\ell\mu\epsilon} + 1) \frac{8\pi(\ell+1)}{\ell[(2\ell+1)]^2} \epsilon^{2\ell+1} |\langle I | Q_{\pi\ell\mu} | F \rangle|^2, \quad \epsilon = E_I - E_F, \quad 4.1.5$$

mit den Multipoloperatoren

$$Q_{\pi\ell\mu} = \frac{e}{mc} \langle \alpha | [\nabla r Y_{\ell\mu}^*(r)] \cdot \left[\frac{1}{\hbar} \left(\frac{1+\tau_3}{2} + \frac{1}{4} \underline{\sigma} \left(\frac{1+\tau_3}{2} g_p + \frac{1-\tau_3}{2} g_n \right) \right) | \beta \rangle Y_{\lambda}^{\dagger} Y_{\rho}, \quad \pi = (-)^{\ell-1}, \quad 4.1.6$$

$$Q_{\pi\ell\mu} = e \langle \alpha | r^{\ell} Y_{\ell\mu}^*(r) \left(\frac{1+\tau_3}{2} \right) | \beta \rangle Y_{\lambda}^{\dagger} Y_{\rho}, \quad \pi = (-)^{\ell}. \quad 4.1.7$$

Dabei wurde für die sphärischen Besselfunktionen in (4.1.6), (4.1.7) die asymptotische Form für $\ell R \ll 1$ eingesetzt (Langwellennäherung), $Y_{\ell m}(\hat{r})$ sind die z.B. in (Ed64) definierten Kugelfunktionen und $\underline{L} = \frac{1}{i} \underline{r} \times \nabla$ der Bahndrehimpulsoperator. Die in (4.1.6) und (4.1.7) definierten Multipoloperatoren beschreiben gleichzeitig auch das Verhalten des Kerns in einem statischen, äußeren Feld (BS68), bei dem die Energieänderung eines Kerns im Zustand $|I\rangle$ durch sein elektrisches oder magnetisches Multipolmoment ausgedrückt wird. Die übliche Definition der elektrischen oder magnetischen 2^ℓ -Polmomente wird durch $(I = (J_I, M_I, \Gamma_I))$

$$\mathcal{M}_I(E, \ell) = 2 \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} \langle I | Q_{\pi \ell 0} | I \rangle, \quad M_I = J_I, \quad \pi = (-)^{\ell}, \quad 4.1.8$$

$$\mathcal{M}_I(M, \ell) = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} \langle I | Q_{\pi \ell 0} | I \rangle, \quad M_I = J_I, \quad \pi = (-)^{\ell+1} \quad 4.1.9$$

gegeben.

Nach den Betrachtungen des vorangehenden Kapitels, werden für die effektiven Operatoren des elektromagnetischen Feldes die in (4.1.6) und (4.1.7) definierten Multipoloperatoren eingesetzt, da nur Kernzustände nahe der Fermikante betrachtet werden sollen.

5. Anwendung auf endliche Kerne

Die Zustände der doppelmagischen Kerne und ihrer direkten Nachbarn können als Eigenzustände zum Operator des Gesamtdrehimpulses $\underline{J}^2$ und seiner z-Komponente J_z klassifiziert werden. Dies ermöglicht die Anwendung der Drehimpulsalgebra, die zu einer beträchtlichen Reduktion und Entkopplung der hier betrachteten Gleichungen führt. Die Drehimpulsreduktion der Multipoloperatoren, der Teilchen-Loch-Wechselwirkung, der renormierten RPA-Gleichung und der Matrixelemente für Übergänge und Momente in ug-Kernen wird in den Kapiteln (5.2) - (5.5) angegeben, während (5.1) Phasenkonventionen und Bezeichnungen festlegen soll. Eine ausführliche Behandlung der Drehimpulsalgebra ist in (Fa59, Ed64) zu finden. Da die reduzierten Gleichungen gleichzeitig das Endresultat der hier behandelten Theorie darstellen, werden an den entsprechenden Stellen die Eigenschaften der Gleichungen diskutiert werden.

5.1 Sphärische Tensoren, reduzierte Matrixelemente.

Ein irreduzibler, sphärischer Tensoroperator $T_{\lambda\mu}$ der Stufe λ mit $(2\lambda+1)$ Komponenten, die durch μ gekennzeichnet werden sollen, transformiert sich bei Raumdrehungen wie der Eigenvektor $|\lambda\mu\rangle$ zu $\underline{J}^2$ und J_z ($\underline{J}^2|\lambda\mu\rangle = \lambda(\lambda+1)|\lambda\mu\rangle$, $J_z|\lambda\mu\rangle = \mu|\lambda\mu\rangle$).

Der zu $T_{\lambda\mu}$ adjungierte Tensoroperator $T_{\lambda\mu}^\dagger$ transformiert sich bei Raumdrehungen wie $(-)^{\mu} T_{\lambda-\mu}$, so daß $(-)^{\mu} T_{\lambda-\mu}^\dagger$ wieder ein irreduzibler, sphärischer Tensoroperator sein muß.

Der durch

$$R_{\lambda\mu} = \sum_{\mu'\mu''} \begin{pmatrix} \lambda & \lambda' & \lambda \\ \mu & \mu' & \mu'' \end{pmatrix} T_{\lambda\mu} S_{\lambda'\mu'} \quad 5.1.1$$

gebildete Produkttensoroperator $R_{\lambda\mu}$ zweier irreduzibler,

sphärischer Tensoroperatoren $T_{\lambda\mu}$ und $S_{\lambda\mu}$ ist wieder ein irreduzibler, sphärischer Tensoroperator, wenn die in runden Klammern bezeichneten Koeffizienten die Clebsch-Gordan-Koeffizienten* darstellen.

Diese Definitionen reichen aus, um das wichtige Wigner-Eckart-Theorem zu beweisen: für die Matricelemente eines irreduziblen, sphärischen Tensoroperators zwischen Eigenzuständen von J^2 und J_z gilt

$$\langle I_1 M_1 | T_{\lambda\mu} | I_2 M_2 \rangle = (2I_1 + 1)^{-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} I_2 & \lambda & I_1 \\ M_2 & \mu & M_1 \end{pmatrix} \langle I_1 || T_{\lambda} || I_2 \rangle ; \quad 5.1.2$$

die ganze Abhängigkeit des Matricelementes von den magnetischen Quantenzahlen wird durch den Clebsch-Gordan-Koeffizienten gegeben; (5.1.2) definiert gleichzeitig die reduzierten Matricelemente $\langle I_1 || T_{\lambda} || I_2 \rangle$ eines sphärischen Tensoroperators.

Nach Definition der Feldoperatoren $\psi_{\alpha}^{\dagger}$, $\alpha = (nq\mu\lambda\tau)$ ist nun klar, daß wegen

$$\psi_{\alpha}^{\dagger} | \rangle = | nq\mu\lambda\tau \rangle \quad , \quad (| \rangle \hat{=} \text{Vakuumzustand}) \quad 5.1.3$$

$\psi_{\alpha}^{\dagger}$ sich wie $| j m \rangle$ bezüglich der Raumdrehungen transformiert und damit einen irreduziblen, sphärischen Tensoroperator j -ter Stufe darstellt. Ebenso folgt dann sofort, daß $(-)^{j+m} \psi_{nq-\mu\lambda\tau}^{\dagger}$ irreduzibler, sphärischer Tensoroperator ist.

Durch die Festlegung der Phasen von

$$\langle \pm | nq\mu\lambda\tau \rangle = i^{\ell} R_{nq\lambda\tau}(\tau) | \pm \tau \rangle \sum_{\mu} \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ \mu - \mu & \mu & \mu \end{pmatrix} | \pm \mu \rangle \psi_{\ell\mu-\mu}^{\dagger}(\tau) \quad 5.1.4$$

mit $R_{nq\lambda\tau}^* = R_{nq\lambda\tau}$, transformieren sich die Basisvektoren unter der Zeitumkehroperation $\mathcal{T}$ wie

$$\mathcal{T} | nq\mu\lambda\tau \rangle = (-)^{j+m} | nq-\mu\lambda\tau \rangle. \quad 5.1.5$$

*Für die Clebsch-Gordan-Koeffizienten, die (6-j)- und (9-j)-Symbole, werden hier die Definitionen von (Ed64) benutzt.

Die Eigenschaft (5.1.5) bleibt auch für beliebige Produktzustände, die zu definiertem (J,M) gekoppelt werden, erhalten, weil die Clebsch-Gordan-Koeffizienten reell sind (Ed64). Im Folgenden wird $|\alpha\rangle$ abkürzend nur noch $|\mu_\alpha j_\alpha l_\alpha r_\alpha\rangle$ mit der Eigenschaft (5.1.4) bedeuten. Für späteren Gebrauch sei noch die Abkürzung

$$\hat{Q} = (\mu_\alpha j_\alpha l_\alpha r_\alpha) \quad 5.1.6$$

eingeführt.

Gemäß (5.1.1) können aus beliebigen Produkten von Feldoperatoren wieder irreduzible, sphärische Operatoren konstruiert werden, deren Matrixelemente dann mit Hilfe des Wigner-Eckart-Theorems (5.1.2) ausgewertet werden. Genau nach diesem Verfahren werden in den folgenden Kapiteln die Multipoloperatoren, die Wechselwirkung, die RPA-Gleichung und Übergangswahrscheinlichkeiten auf drehimpulsreduzierte Größen umgeschrieben werden.

5.2 Reduzierte Matrixelemente der Multipoloperatoren.

Zur Berechnung der Matrixelemente der Multipoloperatoren (4.1.6), (4.1.7) wird zunächst die Beziehung

$$(\nabla r^L Y_{lm}(\hat{r})) \cdot \underline{x} = \sqrt{l(l+1)} \sum_{\mu} \begin{pmatrix} L-1 & 1 & L \\ \mu+\mu & -\mu & \mu \end{pmatrix} r^{L-1} Y_{L-1, \mu+\mu}(\hat{r}) x_{-\mu} = \sqrt{l(l+1)} r^{L-1} (Y_{L-1} \cdot \underline{x})_{L\mu} \quad 5.2.1$$

auf (4.1.6) angewandt, so daß sich unter Beachtung von $\underline{j} = \underline{l} + \underline{s}$ für die magnetischen Multipoloperatoren ($\pi_L = (-)^{L-1}$)

$$\langle \beta | Q_{\pi L \mu} | \alpha \rangle = \frac{e}{\mu c} \sqrt{l(l+1)} \langle \beta | r^{L-1} \left[\frac{1}{L+1} \frac{11L_3}{2} (Y_{L-1} \cdot \underline{j})_{L\mu} + \frac{1}{4} \left(\frac{1+L_3}{2} \left(\underline{j} - \frac{\underline{z}}{L+1} \right) + \frac{1-L_3}{2} \underline{j} \right) (Y_{L-1} \cdot \underline{\sigma})_{L\mu} \right] | \alpha \rangle \quad 5.2.2$$

ergibt.

Mit den im Anhang (A.3) angegebenen Formeln ergeben sich dann folgende Identitäten für die reduzierten Matrixelemente*

$$\langle j_p \ell_p \| Y_{\ell} \| j_n \ell_n \rangle = i^{\ell_n - \ell_p} \frac{\ell! j_n}{\sqrt{4\pi}} (-)^{j_n - j_n - \ell} \frac{1}{2} [1 + (-)^{\ell_n + \ell_p + \ell}] \left(\begin{matrix} j_n & \ell & j_p \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right), \quad 5.2.3$$

$$\begin{aligned} \langle j_p \ell_p \| (Y_{\ell-1})_{\ell} \| j_n \ell_n \rangle &= \\ &= i^{\ell_n - \ell_p} \frac{\ell! j_n}{\sqrt{4\pi}} (-)^{j_n - j_n - \ell + 1} \frac{1}{2} [1 + (-)^{\ell_n + \ell_p + \ell - 1}] \left(\begin{matrix} j_n & \ell & j_p \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right) (-)^{\frac{\ell^2}{2}} \left\{ 1 - \frac{1}{\ell^2} [(\ell_n + \frac{1}{2}) + (-)^{j_n + j_p - \ell} (\ell_n + \frac{1}{2})] \right\} \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}, \end{aligned} \quad 5.2.4$$

$$\begin{aligned} \langle j_p \ell_p \| (Y_{\ell-1})_{\ell} \| j_n \ell_n \rangle &= \\ &= i^{\ell_n - \ell_p} \frac{\ell! j_n}{\sqrt{4\pi}} (-)^{j_n - j_n - \ell + 1} \frac{1}{2} [1 + (-)^{\ell_n + \ell_p + \ell - 1}] \left(\begin{matrix} j_n & \ell & j_p \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right) \ell! \left\{ 1 + \frac{1}{\ell^2} (-)^{j_n + j_p - \ell} [(\ell_n + \frac{1}{2}) + (-)^{j_n + j_p - \ell} (\ell_n + \frac{1}{2})] \right\} \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}, \end{aligned} \quad 5.2.5$$

und die reduzierten Matrixelemente der Multipoloperatoren lauten damit

$$\langle n_p j_p \ell_p \tau_p \| Q_{\ell\ell} \| n_n j_n \ell_n \tau_n \rangle = C_{\ell\ell} \frac{1}{\omega_{\ell}} \langle n_p j_p \ell_p \tau_p | r^{\ell} | n_n j_n \ell_n \tau_n \rangle \langle j_p \ell_p \| Y_{\ell} \| j_n \ell_n \rangle, \quad \pi = (-)^{\ell}, \quad 5.2.6$$

$$\begin{aligned} \langle n_p j_p \ell_p \tau_p \| Q_{\ell\ell} \| n_n j_n \ell_n \tau_n \rangle &= \beta_{\ell\ell} \frac{C_{\ell\ell}}{2\omega_{\ell}} \sqrt{\ell(\ell+1)} \langle n_p j_p \ell_p \tau_p | r^{\ell-1} | n_n j_n \ell_n \tau_n \rangle \cdot \\ &\cdot \left\{ \frac{2}{\ell+1} C_{\ell\ell} \langle j_p \ell_p \| (Y_{\ell-1})_{\ell} \| j_n \ell_n \rangle + \left(\frac{1}{2} C_{\ell\ell} (j_p - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2} C_{\ell\ell} (j_n - \frac{1}{2}) \right) \langle j_p \ell_p \| (Y_{\ell-1})_{\ell} \| j_n \ell_n \rangle \right\} \pi = (-)^{\ell-1}. \end{aligned} \quad 5.2.7$$

Dabei wurde für die Radialintegrale folgende Definition benutzt (5.1.4)

$$\langle n_p j_p \ell_p \tau_p | r^{\ell} | n_n j_n \ell_n \tau_n \rangle = \int_0^{\infty} r^2 dr R_{j_p \ell_p \tau_p}(r) r^{\ell} R_{j_n \ell_n \tau_n}(r). \quad 5.2.8$$

*Durch j werde wie üblich $\sqrt{2j+1}$ bezeichnet.

Die Formeln (5.2.4) und (5.2.5) unterscheiden sich von den üblichen Ausdrücken für die reduzierten Matrixelemente des magnetischen Multipoloperators (siehe z.B. BM69) dadurch, daß statt (6-j)- oder (9-j)-Symbolen nur noch sehr einfache Clebsch-Gordan-Koeffizienten auftauchen.

Der Paritätserhaltung wegen,

$$(-)^{\ell_{\alpha} + \ell_{\beta}} = (-)^{\ell} = \pi_{\ell} \quad \text{im Falle der elektrischen Multipoloperatoren,} \quad 5.2.9$$

und

$$(-)^{\ell_{\alpha} + \ell_{\beta}} = (-)^{\ell} = \pi_{\ell} \quad \text{im Falle der magnetischen Multipoloperatoren,} \quad 5.2.10$$

$$\text{sind } i^{\ell} \langle n_{\beta} \gamma_{\beta} \ell_{\beta} \tau_{\beta} \| Q_{\pi_{\ell}} \| n_{\alpha} \gamma_{\alpha} \ell_{\alpha} \tau_{\alpha} \rangle \quad \text{für } \pi_{\ell} = (-)^{\ell} \text{ und} \\ i^{\ell-1} \langle n_{\beta} \gamma_{\beta} \ell_{\beta} \tau_{\beta} \| Q_{\pi_{\ell}} \| n_{\alpha} \gamma_{\alpha} \ell_{\alpha} \tau_{\alpha} \rangle \quad \text{für } \pi_{\ell} = (-)^{\ell-1} \text{ reelle Zahlen.}$$

Dies ist eine Konsequenz aus Zeitumkehrinvarianz und Drehverhalten der Multipoloperatoren zusammen mit der speziellen Phasenwahl (5.1.4) (siehe z.B. BM69).

Aus Paritätsgründen ($\ell_{\alpha} = \ell_{\beta}$) verschwinden die elektrischen Multipolmomente für ungerade ℓ und die magnetischen für gerades ℓ . Ein von Null verschiedenes elektrisches Dipolmoment zum Beispiel würde bedeuten, daß die Kernkräfte die Parität nicht erhalten.

Für spätere Zwecke sei zum Schluß noch die Relation

$$\langle \hat{\beta} \| Q_{\pi_{\ell}} \| \hat{\alpha} \rangle = \pi_{\ell} (-)^{\ell_{\alpha} - \ell_{\beta}} \langle \hat{\alpha} \| Q_{\pi_{\ell}} \| \hat{\beta} \rangle \quad 5.2.11$$

vermerkt.

5.3 Reduzierte Matrixelemente von Zweiteilchenoperatoren in der Teilchen-Loch-Kopplung.

Für die spezielle Verknüpfung der Indizes der Wechselwirkung mit den Teilchen-Loch-Amplituden $\tilde{\mathcal{O}}$ in der RPA-Gleichung (3.4.27) erweist es sich als günstig, die reduzier-

ten Matrixelemente zu $\langle \alpha\beta | \tilde{V} | \gamma\delta \rangle$ in dem Kopplungs-
schema $(\gamma_\alpha, \gamma_\beta) J$, $(\gamma_\gamma, \gamma_\delta) J'$ auszudrücken. Für einen
beliebigen Zweiteilchenoperator V , der mit J^2 und J_z
vertauscht, sind diese reduzierten Matrixelemente diago-
nal in J und J' .

Das durch

$$\langle \alpha\beta || V^J || \gamma\delta \rangle = \sum_{\substack{m_\alpha m_\beta \\ m_\gamma m_\delta}} (-)^{m_\alpha - m_\beta + m_\gamma - m_\delta} \begin{pmatrix} \gamma_\alpha & \gamma_\beta & J \\ -m_\alpha & m_\beta & m_\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_\gamma & \gamma_\delta & J' \\ -m_\gamma & m_\delta & m_\delta \end{pmatrix} \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle \quad 5.3.1$$

definierte reduzierte Matrixelement in der Teilchen-Loch-
Kopplung entsteht aus dem üblichen reduzierten Matrixelement
 $(\gamma_\alpha, \gamma_\beta) J$, $(\gamma_\gamma, \gamma_\delta) J'$ durch Umkopplung der vier Drehimpulse.
Die Koeffizienten dieser Umkopplung sind gerade die Wigner-
schen (6-j)-Symbole, und es gilt

$$\langle \alpha\beta || V^J || \gamma\delta \rangle = \sum_{J'} J J' \begin{Bmatrix} \gamma_\gamma & \gamma_\delta & J' \\ \gamma_\beta & \gamma_\alpha & J \end{Bmatrix} \langle \alpha\beta || V^{J'} || \gamma\delta \rangle, \quad 5.3.2$$

wobei das übliche reduzierte Matrixelement dann durch

$$\langle \alpha\beta || V^{J'} || \gamma\delta \rangle = J' \sum_{\substack{m_\alpha m_\beta \\ m_\gamma m_\delta}} \begin{pmatrix} \gamma_\beta & \gamma_\alpha & J' \\ m_\beta & m_\alpha & m_\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_\gamma & \gamma_\delta & J' \\ m_\gamma & m_\delta & m_\delta \end{pmatrix} \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle \quad 5.3.3$$

gegeben ist. Des Wigner-Eckart-Theorems (5.1.2) wegen, sind
die reduzierten Matrixelemente (5.3.1) und (5.3.3) unabhän-
gig von den magnetischen Quantenzahlen M bzw. M' .

Für die reduzierten Matrixelemente gilt die Symmetrie-
relation

$$\langle \alpha\beta || V^J || \gamma\delta \rangle = (-)^{\gamma_\alpha + \gamma_\beta + \gamma_\gamma + \gamma_\delta} \langle \beta\alpha || V^J || \delta\gamma \rangle, \quad 5.3.4$$

und für einen selbstadjungierten Operator V folgt

$$\langle \alpha\beta || V^J || \gamma\delta \rangle = (-)^{\gamma_\alpha + \gamma_\beta + \gamma_\gamma + \gamma_\delta} \langle \delta\gamma || V^J || \beta\alpha \rangle^*. \quad 5.3.5$$

5.4 Drehimpulsreduzierte RPA-Gleichungen für gg-Kerne und die benachbarten Spiegelkerne.

Durch die Einführung eines Teilchen-Loch-Erzeugungsoperators

$$(\psi_\alpha^\dagger \psi_\beta)^JH = \sum_{\mu_\alpha \mu_\beta} (-)^{j_\beta - \mu_\beta} \begin{pmatrix} j_\alpha & j_\beta & J \\ \mu_\alpha & -\mu_\beta & 0 \end{pmatrix} \psi_\alpha^\dagger \psi_\beta \quad 5.4.1$$

gelingt es, die RPA-Gleichung (3.4.27) bezüglich des Drehimpulses J und der Parität π zu entkoppeln. Da der Teilchen-Loch-Erzeugungsoperator irreduzibler, sphärischer Tensor ist, gilt mit dem Wigner-Eckart-Theorem (5.1.2)

$$\langle 0 | (\psi_\alpha^\dagger \psi_\beta)^JH | N \rangle = \begin{pmatrix} J_N & J & 0 \\ M_N & M & 0 \end{pmatrix} \langle 0 | (\psi_\alpha^\dagger \psi_\beta)^J | N \rangle = \frac{(-)^{J+M}}{J} \delta_{JN} \delta_{M-N} \langle 0 | (\psi_\alpha^\dagger \psi_\beta)^J | N \rangle. \quad 5.4.2$$

Dabei wird vorausgesetzt, daß der Grundzustand des gg-Kerns den Spin Null hat; N im reduzierten Matricelement soll jetzt abkürzend für die Quantenzahlen eines angeregten Zustandes im gg-Kern mit Spin J, Parität π und restlichen Quantenzahlen K, ohne die magnetische Quantenzahl stehen, $N = (J, \pi, K)$.

Durch Einsetzen der reduzierten Teilchen-Loch-Amplituden (5.4.2) und der reduzierten Teilchen-Loch-Wechselwirkung (5.3.1) in die RPA-Gleichung (3.4.27) erhält man die Gleichung

$$(\epsilon_{\hat{\lambda}_1} - \epsilon_{\hat{\lambda}_1} - \omega_N^J) (Z_{\hat{\lambda}_1} Z_{\hat{\lambda}_2})^{-\frac{1}{2}} \langle 0 | \| (\psi_{\hat{\lambda}_1}^\dagger \psi_{\hat{\lambda}_2})^J \| | N \rangle = \\ = (\epsilon_{\hat{\lambda}_1} - \epsilon_{\hat{\lambda}_2}) \sum_{\hat{\sigma}_2 \hat{\lambda}_2} \frac{1}{J} \ll \hat{\sigma}_1 \hat{\lambda}_1 \| I(\frac{\epsilon_{\hat{\lambda}_1} + \epsilon_{\hat{\lambda}_2}}{2}, \frac{\epsilon_{\hat{\sigma}_2} + \epsilon_{\hat{\lambda}_2}}{2}, \omega_N^J) \| \hat{\lambda}_1 \hat{\sigma}_1^{\frac{1}{2}} \gg (Z_{\hat{\lambda}_2} Z_{\hat{\sigma}_2})^{-\frac{1}{2}} \langle 0 | \| (\psi_{\hat{\lambda}_2}^\dagger \psi_{\hat{\sigma}_2})^J \| | N \rangle. \quad 5.4.3$$

Weil die Kernkräfte die Parität erhalten, kommen in (5.4.3) nur diejenigen Teilchen-Loch-Paare vor, die die Parität des Zustandes $|N\rangle$ haben.

Wegen der Ladungserhaltung $\tau_{d_1} + \tau_{d_2} = \tau_{d_1} + \tau_{d_2}$ durch die Kernkräfte zerfällt (5.4.3) in zwei entkoppelte Gleichungen, bei $\tau_{d_1} = \tau_{d_2}$ in eine für die gg-Kerne und bei $\tau_{d_1} \neq \tau_{d_2}$ in eine für die uu-Kerne (Spiegelkerne). Durch die Zuordnung der Indizes i zu den Teilchen-Loch-Paaren $(\hat{d}_i, \hat{\lambda}_i)$,

$$i = (\hat{d}_i, \hat{\lambda}_i) \text{ mit } \eta_{\hat{d}_i} = 0 \text{ und } \eta_{\hat{\lambda}_i} = 1, \quad 5.4.4.$$

kann (5.4.3) in der Form einer Matrixgleichung geschrieben werden.

Unter der Voraussetzung, daß $\tilde{I}$ hermitisch ist, hat diese Matrixgleichung die Form

$$\begin{pmatrix} A & C \\ -C^* & -A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{JN} \\ U^{JN} \end{pmatrix} = W_N^J \begin{pmatrix} W^{JN} \\ U^{JN} \end{pmatrix}. \quad 5.4.5$$

Dabei gelten die Definitionen

$$A_{ij} = (\varepsilon_{\hat{\lambda}_i} - \varepsilon_{\hat{d}_i}^*) d_{\hat{\lambda}_i \hat{\lambda}_j} d_{\hat{d}_i \hat{d}_j}^* - \frac{1}{J} \ll \hat{\lambda}_i \hat{d}_j \parallel \tilde{I}^J(\frac{\varepsilon_{\hat{\lambda}_i} + \varepsilon_{\hat{d}_j}}{2}, \frac{\varepsilon_{\hat{\lambda}_j} - \varepsilon_{\hat{d}_i}}{2}, W_N^J) \parallel \hat{d}_i \hat{\lambda}_j \gg, \quad 5.4.6$$

$$C_{ij} = (-)^{\hat{\lambda}_i + \hat{d}_j} \frac{1}{J} \ll \hat{\lambda}_i \hat{\lambda}_j \parallel \tilde{I}^J(\frac{\varepsilon_{\hat{\lambda}_i} + \varepsilon_{\hat{d}_j}}{2}, \frac{\varepsilon_{\hat{\lambda}_j} + \varepsilon_{\hat{d}_i}}{2}, W_N^J) \parallel \hat{d}_i \hat{d}_j \gg, \quad 5.4.7$$

$$W_i^{JN} = W_{(\hat{d}_i, \hat{\lambda}_i)}^{JN} = (Z_{\hat{d}_i} Z_{\hat{\lambda}_i})^{-\frac{1}{2}} \langle 0 \parallel (U_{\hat{d}_i}^\dagger U_{\hat{\lambda}_i})^J \parallel N \rangle, \quad 5.4.8$$

$$U_i^{JN} = U_{(\hat{d}_i, \hat{\lambda}_i)}^{JN} = (-)^{\hat{\lambda}_i - \hat{d}_i} (Z_{\hat{d}_i} Z_{\hat{\lambda}_i})^{-\frac{1}{2}} \langle 0 \parallel (U_{\hat{\lambda}_i}^\dagger U_{\hat{d}_i})^J \parallel N \rangle. \quad 5.4.9$$

Nach Konstruktion ist A hermitisch und C symmetrisch. Mit

$\tau_{\lambda_i} = \tau_{d_i}$ gilt (5.4.5) insbesondere für die gg-Kerne.

Die Matrixgleichung für die uu-Kerne folgt aus (5.4.5) durch

$\tau_{\lambda_i} \neq \tau_{d_i}$ unter Beachtung, daß $\tilde{I}$ die Ladung erhält.

Der (N-1, Z+1)-Kern erfüllt

$$\begin{pmatrix} A & B \\ -B^+ & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_N^{\mathcal{N}} \\ U_N^{\mathcal{N}} \end{pmatrix} = \omega_N^{\mathcal{N}} \begin{pmatrix} W_N^{\mathcal{N}} \\ U_N^{\mathcal{N}} \end{pmatrix}, \quad 5.4.10$$

$$A_{ij} = (\epsilon_{\lambda_i} - \epsilon_{\delta_i}) \delta_{\lambda_i \lambda_j} \delta_{\delta_i \delta_j} - \frac{1}{J} \ll \hat{\lambda}_i \hat{\lambda}_j \parallel \tilde{I}^{\mathcal{N}}(\frac{\epsilon_{\lambda_i} + \epsilon_{\delta_i}}{2}, \frac{\epsilon_{\lambda_j} + \epsilon_{\delta_j}}{2}, \omega_N^{\mathcal{N}}) \parallel \hat{\lambda}_i \hat{\lambda}_j \gg, (\tau_{\lambda_i} = \tau_{\lambda_j} = \frac{1}{2}, \tau_{\delta_i} = \tau_{\delta_j} = -\frac{1}{2}), \quad 5.4.11$$

$$B_{ij} = -\frac{1}{J} \ll \hat{\lambda}_i \hat{\lambda}_j \parallel \tilde{I}^{\mathcal{N}}(\frac{\epsilon_{\lambda_i} + \epsilon_{\delta_i}}{2}, \frac{\epsilon_{\lambda_j} + \epsilon_{\delta_j}}{2}, \omega_N^{\mathcal{N}}) \parallel \hat{\lambda}_i \hat{\delta}_j \gg, (\tau_{\lambda_i} = \tau_{\delta_j} = \frac{1}{2}, \tau_{\lambda_j} = \tau_{\delta_i} = -\frac{1}{2}), \quad 5.4.12$$

$$D_{ij} = (\epsilon_{\delta_i} - \epsilon_{\lambda_i}) \delta_{\delta_i \delta_j} \delta_{\lambda_i \lambda_j} + \frac{1}{J} \ll \hat{\delta}_i \hat{\delta}_j \parallel \tilde{I}^{\mathcal{N}}(\frac{\epsilon_{\lambda_i} + \epsilon_{\delta_i}}{2}, \frac{\epsilon_{\lambda_j} + \epsilon_{\delta_j}}{2}, \omega_N^{\mathcal{N}}) \parallel \hat{\lambda}_i \hat{\delta}_j \gg, (\tau_{\lambda_i} = \tau_{\lambda_j} = \frac{1}{2}, \tau_{\delta_i} = \tau_{\delta_j} = \frac{1}{2}), \quad 5.4.13$$

$$W_i^{\mathcal{N}} = (Z_{\delta_i} Z_{\lambda_i})^{-\frac{1}{2}} \langle 0 \parallel (\psi_{\delta_i}^+ \psi_{\lambda_i})^{\mathcal{N}} \parallel N \rangle, \quad (\tau_{\delta_i} = -\frac{1}{2}, \tau_{\lambda_i} = \frac{1}{2}), \quad 5.4.14$$

$$U_i^{\mathcal{N}} = (Z_{\delta_i} Z_{\lambda_i})^{-\frac{1}{2}} \langle 0 \parallel (\psi_{\lambda_i}^+ \psi_{\delta_i})^{\mathcal{N}} \parallel N \rangle, \quad (\tau_{\delta_i} = \frac{1}{2}, \tau_{\lambda_i} = -\frac{1}{2}). \quad 5.4.15$$

Die Untermatrizen A und D sind hermitisch.

Die entsprechenden Lösungen für den (N+1, Z-1)-Kern ($\bar{\omega}_N^{\mathcal{N}}, \bar{U}^{\mathcal{N}}, \bar{W}^{\mathcal{N}}$) erhält man aus der Lösung für den (N-1, Z+1)-Kern durch

$$\bar{\omega}_N^{\mathcal{N}} = -\omega_N^{\mathcal{N}*}, \quad 5.4.16$$

$$\bar{U}_i^{\mathcal{N}} = (-)^{\eta_{\lambda_i} + \eta_{\delta_i}} W_i^{\mathcal{N}*} = (-)^{\eta_{\lambda_i} + \eta_{\delta_i}} W_i^{\mathcal{N}*} (-\omega_N^{\mathcal{N}*}), \quad 5.4.17$$

$$\bar{W}_i^{\mathcal{N}} = (-)^{\eta_{\lambda_i} + \eta_{\delta_i}} U_i^{\mathcal{N}*} = (-)^{\eta_{\lambda_i} + \eta_{\delta_i}} U_i^{\mathcal{N}*} (-\omega_N^{\mathcal{N}*}). \quad 5.4.18$$

Die Normierungsbedingung (3.4.26) für die Eigenvektoren lautet für die reduzierten Amplituden ($W^{\mathcal{N}}, U^{\mathcal{N}}$) jetzt

$$\sum_i (|U_i^{\mathcal{N}}|^2 - |W_i^{\mathcal{N}}|^2) = (2J+1) \operatorname{sgn}(\omega_N^{\mathcal{N}}), \quad \operatorname{sgn}(0) = 0 \quad 5.4.19$$

allgemein für den gg- und den uu-Kern. Dies gilt wieder nur

unter der Voraussetzung, daß $\tilde{I}$ nicht von den Anregungsenergien ω_N^j abhängt, und alle ω_N^j reell sind.

Die spezielle Struktur der Matrixgleichung (5.4.5) bedingt, daß mit jedem Eigenwert ω_N^j auch $-\omega_N^j$ Eigenwert ist; die dazugehörigen Eigenvektoren entstehen dann durch Vertauschung und Komplexkonjugation von (W^{jN}, U^{jN}) .

Da die RPA-Matrix (5.4.5) nicht hermitisch ist, können die Eigenwerte ω_N^j prinzipiell komplex sein. Thouless (Th61) beweist, daß in einer selbstkonsistenten Hartree-Fock-Basis, die die Grundzustandsenergie minimiert, alle Eigenwerte reell sind.

Das Auftauchen von Geisterzuständen, durch $\omega_N^j = 0$ gekennzeichnet, hängt mit der Verletzung von Invarianzforderungen im Einteilchenmodell zusammen. So kann am Beispiel der Translationsinvarianz die Verschiebung des Kernschwerpunktes keinen neuen Zustand erzeugen. Im Einteilchenmodell aber wird diese Invarianz durch ein im Raum festgelegtes Einteilchenpotential verletzt, und es erscheinen deshalb Anregungszustände, die Schwerpunktsoszillationen entsprechen. Die Teilchen-Loch-Amplituden dieses Zustandes sind gerade die Matrixelemente des Schwerpunktsimpulses und in der Oszillatorbasis gerade die Amplituden der tiefsten ($1, T = 0$)-Anregung (ES55).

Es sei noch bemerkt, daß unter den Voraussetzungen, die zur Ableitung der reduzierten RPA-Gleichung (5.4.5) an $\tilde{I}$ gestellt wurden, die Matrixelemente von $\tilde{I}$, wegen der speziellen Phasenwahl (5.1.4) der Basiszustände, reell sind. Damit können auch die Eigenvektoren (W^{jN}, U^{jN}) reell gewählt werden.

5.5 Reduzierte Gleichung für Übergänge und Momente in ug-Kernen.

Mit den in vorangegangenen Kapiteln definierten reduzierten Größen kann die Gleichung für die Übergänge und Momente in ug-Kernen (3.4.29), (3.4.30) auf eine Form gebracht werden, die keine Summationen über magnetische Quantenzahlen enthält. Unter Ausnutzung der Tatsache, daß die reduzierten Teilchen-Loch-Amplituden reell gewählt werden können (siehe (5.4)), ergibt sich nach längerer, einfacher Rechnung für die reduzierten Matrixelemente der elektromagnetischen Übergangsoperatoren (4.1.6), (4.1.7) in ug-Kernen folgender Ausdruck

$$\langle \lambda_\alpha \| Q_{\pi J} \| \lambda_\beta \rangle = (-)^{j_\alpha - j_\beta + J} \left[\langle \lambda_\alpha | Q_\beta \rangle \hat{J}_0 \hat{J}_\alpha \langle 0 \| Q_{\pi J} \| 0 \rangle - \langle \hat{\alpha} \| Q_{\pi J} \| \hat{\alpha} \rangle - \sum_K M^{(J, \pi, K) \rightarrow 0} \langle \hat{\beta} \| P_{(J, \pi, K)} \| \hat{\alpha} \rangle \right], \quad 5.5.1$$

$$\langle Q_\alpha \| Q_{\pi J} \| Q_\beta \rangle = \left[\langle Q_\alpha | Q_\beta \rangle \hat{J}_0 \hat{J}_\alpha \langle 0 \| Q_{\pi J} \| 0 \rangle - \langle \hat{\alpha} \| Q_{\pi J} \| \hat{\beta} \rangle + \sum_K M^{(J, \pi, K) \rightarrow 0} \langle \hat{\alpha} \| P_{(J, \pi, K)} \| \hat{\beta} \rangle \right]. \quad 5.5.2$$

Die dabei verwendeten Abkürzungen ($N = (J, \pi, K)$) lauten

$$M^{N \rightarrow 0} = \frac{1}{J} \sum_{\hat{\beta} \hat{\lambda}} \langle \hat{\sigma} \| Q_{\pi J} \| \hat{\lambda} \rangle (U_{(\hat{\beta} \hat{\lambda})}^{JN} + \pi W_{(\hat{\beta} \hat{\lambda})}^{JN}), \quad 5.5.3$$

und

$$\begin{aligned} \langle \hat{\alpha} \| P_N \| \hat{\beta} \rangle = & \frac{(-)^{j_\alpha + j_\beta}}{J^2} \sum_{\hat{\beta} \hat{\lambda}} \left\{ \frac{\langle \hat{\alpha} \hat{\sigma} \| \tilde{I}^J \| \hat{\beta} \hat{\lambda} \rangle W_{(\hat{\beta} \hat{\lambda})}^{JN} + (-)^{j_\alpha - j_\beta} \langle \hat{\alpha} \hat{\lambda} \| \tilde{I}^J \| \hat{\beta} \hat{\sigma} \rangle U_{(\hat{\beta} \hat{\lambda})}^{JN}}{\omega_N^J - \epsilon_\beta + \epsilon_\beta} + \right. \\ & \left. + \pi \frac{\langle \hat{\alpha} \hat{\sigma} \| \tilde{I}^J \| \hat{\beta} \hat{\lambda} \rangle U_{(\hat{\beta} \hat{\lambda})}^{JN} + (-)^{j_\alpha - j_\beta} \langle \hat{\alpha} \hat{\lambda} \| \tilde{I}^J \| \hat{\beta} \hat{\sigma} \rangle W_{(\hat{\beta} \hat{\lambda})}^{JN}}{\omega_N^J + \epsilon_\beta - \epsilon_\beta} \right\}. \end{aligned} \quad 5.5.4$$

Die Definitionen der reduzierten Teilchen-Loch-Amplituden des gg-Kerns (W^{JN}, U^{JN}) stehen in (5.4.8), (5.4.9). Die Energieabhängigkeit der reduzierten Matrixelemente (5.3.1) der Teilchen-Loch-Wechselwirkung ist wie bisher gegeben durch

$$\langle \hat{\alpha} \hat{J} | \tilde{I}^J | \hat{\beta} \hat{\lambda} \rangle = \langle \hat{\alpha} \hat{J} | \tilde{I}^J(\frac{\epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\beta}}{2}, \frac{\epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\beta}}{2}, \epsilon_{\alpha} - \epsilon_{\beta}) | \hat{\beta} \hat{\lambda} \rangle. \quad 5.5.6$$

Der Strich an dem Summenzeichen in (5.5.1) und (5.5.2) soll bedeuten, daß für $J = 0$ und $J^P = + 1$ der Grundzustand des gg-Kerns ausgelassen werden muß.

Da die reduzierten Matrixelemente für elektromagnetische Übergänge im gg-Kern (EW72) durch

$$\langle N | Q_{\pi J} | 0 \rangle = M^{N \rightarrow 0} \quad 5.5.7$$

gegeben werden, enthält der dritte Term in (5.5.1) und (5.5.2) gerade die Beiträge, die von den Phononen $|N\rangle$ im gg-Kern her-rühren. Die Ankopplung an den ug-Kern erfolgt über die Wahr-scheinlichkeit $\langle \hat{\alpha} | \rho_N | \hat{\beta} \rangle$, das Phonon $|N\rangle$ durch Streuung vom Zustand $|\alpha\rangle \rightarrow |\beta\rangle$ zu erzeugen. Wegen der Rotations-invarianz und der Paritätserhaltung der Kernkräfte kommen dabei nur die Phononen $|N\rangle$ in Betracht, die bezüglich Dreh-impuls und Parität mit der emittierten Strahlung überein-stimmen.

6. Wahl der Wechselwirkung

Zur Berechnung der Spektren der gg -Kerne sowie der Übergangswahrscheinlichkeiten in den gg - und ug -Kernen wird die irreduzible Teilchen-Loch-Wechselwirkung aus einer relativ einfachen Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung, dem Puffischen Potential (Pu61), hergeleitet. Eine kurze Skizzierung dieser Herleitung und die Angabe der Matrixelemente ist in (6.1) zu finden. Zusätzlich wurden phänomenologische, effektive Wechselwirkungen ins Programm aufgenommen, die unter der Sammelbezeichnung "Effektive Delta-Kräfte" in (6.2) behandelt werden. Hierzu gehören zum Beispiel die Migdalkraft (Mig66,KS71) oder die "Surface Delta Interaction, (SDI)", die zum Beispiel von (LE66) verwandt wurde.

6.1 Die irreduzible Teilchen-Loch-Wechselwirkung mit dem Puffischen Potential.

Das Puffische Potential stellt eine sehr einfache separable Wechselwirkung dar, dessen Parameter durch Anpassen an die Streuphasen der Nukleon-Nukleon-Streuung und an die Bindungsenergie des Deuterons festgelegt wurden. Im Ortsraum wird das nichtantisymmetrisierte Matrixelement des Potentials durch

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 | V^S | \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2 \rangle = & d(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2) \left\{ -\frac{\pi}{2} \frac{\lambda_s}{\mu} V_1^S(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) V_1^S(|\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|) + \right. \\ & \left. + \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{\mu} V_2^S(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) V_2^S(|\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|) \right\} \end{aligned} \quad 6.1.1$$

gegeben, wobei

$$V_1^S(r) = \frac{e^{-\alpha_s r}}{r}, \quad V_2^S(r) = \frac{1}{r} \delta(r - R_0). \quad 6.1.2$$

Da dieses Potential nur zwischen relativen S-Zuständen des Bahndrehimpulses ($L = 0$) wirkt, reicht die Parametrisierung durch die Spinquantenzahl S aus, weil wegen des Pauliprinzipis der Isospin T einfach durch $T = 1 - S$ gegeben ist. Das Potential setzt sich aus zwei Termen zusammen; der erste entspricht dem Yamaguchi-Potential (Ya54), und der zweite simuliert eine harte Schale, die erstens die hochenergetischen Streudaten wiedergibt und zweitens eine Sättigung in der Bindungsenergie der Kernmaterie bewirkt.

Dieses einfache Potential erlaubt eine explizite Angabe der irreduziblen Teilchen-Loch-Wechselwirkung in Λ^{00} -Näherung. Die Lösung der Integralgleichung (3.1.14) ergibt mit dem Puffischen Potential

$$\langle I \sigma_1 \tau_1 \sigma_2 \tau_2 | I_k(Q) | I' \sigma'_1 \tau'_1 \sigma'_2 \tau'_2 \rangle =$$

$$= \sum_{\substack{S, T \\ T H_1}} \binom{\frac{1}{2} \frac{1}{2}}{\sigma_1 \sigma_2} \binom{S}{H_1} \binom{\frac{1}{2} \frac{1}{2}}{\sigma'_1 \sigma'_2} \binom{S}{H_1} \binom{\frac{1}{2} \frac{1}{2}}{\tau_1 \tau_2} \binom{T}{H_1} \binom{\frac{1}{2} \frac{1}{2}}{\tau'_1 \tau'_2} \binom{T}{H_1} (1 - (-1)^{S+T}) \langle I | I_k^S(Q) | I' \rangle, \quad 6.1.3$$

$$\langle I | I_k^S(Q) | I' \rangle = \frac{1}{4} \sum_{a,b=1}^2 D_{ab}^S(Q - \frac{k^2}{4m}) V_a^S(r) V_b^S(r'), \quad 6.1.4$$

Hierbei wurde bezüglich der Relativkoordinaten gemäß (3.2.14) in den Ortsraum zurücktransformiert. Für die Koeffizienten D_{ab}^S gilt

$$D_{ab}^S(Q - \frac{k^2}{4m}) = -\frac{1}{C_S} \begin{pmatrix} \lambda_S & -\frac{2\gamma\lambda_S(e^{-\gamma R_S} - e^{-\alpha_S R_S})}{(\alpha_S^2 - \gamma^2)(1 - e^{-2\gamma R_S})} \\ -\frac{2\gamma\lambda_S(e^{-\gamma R_S} - e^{-\alpha_S R_S})}{(\alpha_S^2 - \gamma^2)(1 - e^{-2\gamma R_S})} & -\frac{\gamma(1 - \frac{\lambda_S \pi^2}{\alpha_S(\alpha_S + \gamma)^2})}{\pi^2(1 - e^{-2\gamma R_S})} \end{pmatrix}, \quad 6.1.5$$

$$C_s = m \left\{ 1 - \frac{\lambda_s \pi^2}{\alpha_s (\alpha_s \gamma)^2} \left(1 - \frac{4 \alpha_s \gamma (e^{-\gamma R_s} - e^{-\alpha_s R_s})^2}{(\alpha_s \gamma)^2 (1 - e^{-2 \gamma R_s})} \right) \right\}, \quad 6.1.6$$

$$\gamma = \begin{cases} \sqrt{-u(Q - \frac{k^2}{4\mu})} & \text{für } Q - \frac{k^2}{4\mu} < 0 \\ -i\Gamma & \text{für } Q - \frac{k^2}{4\mu} = \Gamma^2 + i0, \Gamma \in \mathbb{R} \end{cases} \quad 6.1.7$$

Offensichtlich ist I für $Q - \frac{k^2}{4\mu} < 0$ hermitisch. Für die Streuphasen δ_s der Nukleon-Nukleon-Streuung gilt

$$e^{2i\delta_s} = 1 - i 4\pi^2 m k \sum_{a,b=1}^2 D_{ab}^S (\frac{k^2}{m} + i0) V_a^S(k) V_b^S(k). \quad 6.1.8$$

Die Übertragung der irreduziblen Teilchen-Loch-Wechselwirkung auf endliche Kerne im Sinne der lokalen Dichtenäherung (3.2.13) ergibt für die renormierte Wechselwirkung $\tilde{I}$ (3.4.12) unter Vernachlässigung von L^R (3.4.10), (3.4.7)

$$\begin{aligned} \langle L^R \sigma_1 \tau_1 \sigma_2 \tau_2 | \tilde{I}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) | L^R \sigma'_1 \tau'_1 \sigma'_2 \tau'_2 \rangle &= f(R-R') \sum_{SM_S} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \middle| S \right) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \middle| S \right) \\ &\cdot \sum_{TM_T} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \middle| T \right) \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \middle| T \right) (1-\zeta)^{S+T} z^{\frac{S+T}{2}} \cdot \\ &\cdot \sum_{a,b=1}^2 V_a^S(r) V_b^S(r') \left\{ F^L(R) D_{ab}^S(\varepsilon + \varepsilon' - 2\varepsilon_F + 2\mu_i - \frac{k^2}{4\mu}) + F^R(R) D_{ab}^S(\varepsilon + \varepsilon' - 2\varepsilon_F + 2\mu_o - \frac{k^2}{4\mu}) \right\}. \end{aligned} \quad 6.1.9$$

Dabei werden ab jetzt alle Renormierungsfaktoren z_α (3.4.9), (3.3.3) gleich z gesetzt. In dieser Näherung ist jetzt $\tilde{I}$ unabhängig von Energieargument ω und für $\varepsilon + \varepsilon' - 2\varepsilon_F + 2\mu_o - \frac{k^2}{4\mu} < 0$ hermitisch. Unter diesen Voraussetzungen sind die RPA-Gleichungen (5.4.5), (5.4.10) abgeleitet worden.

Für die reduzierten Matrixelemente $\langle \alpha \beta | \tilde{I}(\varepsilon, \varepsilon', \omega) | \gamma \delta \rangle$ (5.3.1), (5.4.6, ff), (5.5.6) muß die Energievariable $\varepsilon + \varepsilon'$ immer auf den Wert

$$\varepsilon + \varepsilon' = \frac{1}{2} (\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma + \varepsilon_\delta) \quad 6.1.10$$

gesetzt werden. Abkürzend soll deshalb

$$\langle\langle \hat{\alpha} \hat{\beta} \| \tilde{I}^j \| \hat{f} \hat{g} \rangle\rangle = \langle\langle \hat{\alpha} \hat{\beta} \| \tilde{I}^j (\frac{\epsilon \hat{g} + \epsilon \hat{g}^* \epsilon \hat{f} + \epsilon \hat{f}^* }{2}) \| \hat{f} \hat{g} \rangle\rangle \quad 6.1.11$$

verwendet werden.

Für die reduzierten Matrixelemente in Teilchen-Loch-Kopplung ergibt sich nach Standardmethoden der Drehimpulsalgebra

$$\begin{aligned} \langle\langle \hat{\alpha} \hat{\beta} \| \tilde{I}^j \| \hat{f} \hat{g} \rangle\rangle &= \hat{J}_{\hat{\alpha}} \hat{J}_{\hat{\beta}} \hat{J}_{\hat{f}} \hat{J}_{\hat{g}} \sum_{JLS} (-)^{J+J_{\hat{\alpha}}+J_{\hat{\beta}}+J_{\hat{f}}+J_{\hat{g}}} \begin{Bmatrix} J & J_{\hat{\alpha}} & J_{\hat{\beta}} \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J & J_{\hat{f}} & J_{\hat{g}} \\ L & S & J \end{Bmatrix} \\ &\cdot \begin{Bmatrix} L & \frac{1}{2} & J_{\hat{\alpha}} \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & \frac{1}{2} & J_{\hat{\beta}} \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & \frac{1}{2} & J_{\hat{f}} \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & \frac{1}{2} & J_{\hat{g}} \\ L & S & J \end{Bmatrix} \left[(-)^{S+J_{\hat{\alpha}}+J_{\hat{\beta}}} (1+(-)^{S+J_{\hat{\alpha}}+J_{\hat{\beta}}}) \right] \frac{1}{2} \langle n_{\alpha} n_{\beta} (L \alpha L \beta) L \| \tilde{I}^S \| n_{\gamma} n_{\delta} (L \gamma L \delta) L \rangle. \end{aligned} \quad 6.1.12$$

Dabei gilt

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \langle n_{\alpha} n_{\beta} (L \alpha L \beta) L \| \tilde{I}^S \| n_{\gamma} n_{\delta} (L \gamma L \delta) L \rangle &= \\ = Z^2 \frac{\pi}{2} \sum_{a,b=1}^2 \left\{ D_{ab}^S \left(\frac{\epsilon \hat{g} + \epsilon \hat{g}^* \epsilon \hat{f} + \epsilon \hat{f}^*}{2} - 2 \hat{C}_f + \hat{J}_{\hat{f}} - \frac{\langle \hat{C}_f^2 \rangle}{4m} \right) \frac{1}{2} \langle n_{\alpha} n_{\beta} (L \alpha L \beta) L \| V_b^S V_b^S F^j \| n_{\gamma} n_{\delta} (L \gamma L \delta) L \rangle \right. \\ \left. + D_{ab}^S \left(\frac{\epsilon \hat{f} + \epsilon \hat{f}^* \epsilon \hat{g} + \epsilon \hat{g}^*}{2} - 2 \hat{C}_g + \hat{J}_{\hat{g}} - \frac{\langle \hat{C}_g^2 \rangle}{4m} \right) \frac{1}{2} \langle n_{\alpha} n_{\beta} (L \alpha L \beta) L \| V_b^S V_b^S F^a \| n_{\gamma} n_{\delta} (L \gamma L \delta) L \rangle \right\}, \end{aligned} \quad 6.1.13$$

und die hier auftauchenden Radialintegrale

$$\frac{1}{2} \langle n_{\alpha} n_{\beta} (L \alpha L \beta) L \| V_a^S V_b^S F^j \| n_{\gamma} n_{\delta} (L \gamma L \delta) L \rangle$$

werden als von j und τ unabhängig angesetzt, da sie in der Oszillatorbasis ausgewertet werden sollen. Der Übergang zu einer anderen Basis, zum Beispiel der Saxon-Woods-Basis, ergibt sich einfach als Summe über die Radialintegrale, die mit den Entwicklungskoeffizienten der neuen Radialfunktionen nach den Oszillatorfunktionen versehen werden.

Im Anhang (A.2) wird eine Methode angegeben, die eine sehr schnelle Berechnung dieser Radialintegrale erlaubt. Dies erweist sich als notwendig, da die Berechnung der Radialintegrale den überwiegenden Teil der Rechenzeit erfordert.

Werden Teilchen und Loch zu gutem Isospin T gekoppelt, lauten die drehimpuls- und isospinreduzierten Matrixelemente wie (6.1.12) mit der Ersetzung der eckigen Klammer durch

$$[(-)^{S+T} (T_1+T_2)^{-1} (1+(-)^{S+T} T_1 T_2)] \rightarrow [\hat{T}(-)^{1/2 S+T} (2+(-)^{S+T+ST})]. \quad 6.1.14$$

6.2 Effektive Delta-Kräfte.

Bei phänomenologischen Ansätzen zur effektiven Wechselwirkung werden gerne bezüglich Orts- und Energieabhängigkeit sehr einfache Kräfte benutzt, da dies die Rechenzeit für die Matrixelemente erheblich reduziert. Die Parameter, die dabei eingehen, werden als frei wählbar betrachtet und häufig durch Anpassung des theoretischen Ergebnisses an die experimentellen Daten festgelegt. Die in dieser Arbeit betrachteten effektiven Kräfte V werden im Sinne der renormierten Teilchen-Loch-Wechselwirkung $\tilde{I}$ (3.4.14 - 3.4.16) benutzt.

Durch den energieunabhängigen Ansatz für die nichtantisymmetrisierten Matrixelemente der Kraft

$$\langle I_1, I_2 | V | I_1', I_2' \rangle = C d(I_1, I_1') d(I_2, I_2') \sum_{i=1}^2 F(r_i) [f_1 + g_1 \sigma_1 \cdot \sigma_2 + f_1' \tau_1 \cdot \tau_2 + g_1' (\sigma_1 \cdot \sigma_2) (\tau_1 \cdot \tau_2)] \quad 6.2.1$$

kann eine größere Klasse von effektiven Kräften beschrieben werden. (6.2.1) stellt für

$$F_1'(r) = \frac{\varrho(r)}{\varrho(0)}, \quad F_2'(r) = 1 - F_1(r), \quad \varrho(r) = (1 + e^{-\frac{t_0 A^{1/2} - r}{a_0}})^{-1} \quad 6.2.2$$

die von Migdal (Mig66) vorgeschlagene Parametrisierung der Teilchen-Loch-Wechselwirkung dar, die nicht antisymmetrisiert werden soll.

Für

$$F'(r) = f(r-R), F^2(r)=0, f'_i = g'_i = 0 \quad 6.2.3$$

stellt (6.2.1) die von (LE66) verwendete, zu antisymmetrisierende Surface-Delta-Interaction (SDI) dar, die dort zur Berechnung der Anregungsspektren für ^{16}O und ^{208}Pb benutzt wurde.

Durch geeignete Wahl der Parameter kann (6.2.1) auch einfache Versionen der Skyrmekraft (Sk59) wiedergeben.

Da in dem erstellten Programm all diese Möglichkeiten implementiert sind, sollen die Matrixelemente von (6.2.1) allgemein angegeben werden, obwohl in dieser Arbeit dann nur die SDI zusätzlich zur Puffischen Wechselwirkung (6.1) untersucht werden wird.

Standardmethoden der Drehimpulsalgebra (siehe z.B. LE66) ergeben für die reduzierten Matrixelemente in Teilchen-Loch-Kopplung

$$\begin{aligned} \langle \alpha \beta \| V^J \| \gamma \delta \rangle = & - \sum_{i=1}^2 A_{\alpha \beta \gamma \delta}^i \frac{J}{8\pi} (-)^{j_\alpha + j_\beta - j_\gamma - j_\delta} (l_\alpha - l_\beta - l_\gamma + l_\delta) \begin{pmatrix} j_\alpha & j_\beta & J \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_\gamma & j_\delta & J \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \\ & \cdot \left\{ \frac{1}{2} (\Gamma_0^i \Gamma_1^i) + (-)^{l_\alpha + l_\beta + J} \Gamma_1^i + \frac{1}{2} \frac{(\Gamma_0^i - \Gamma_1^i)}{J(J+1)} (k_\alpha - l_\gamma) (-)^{l_\alpha + l_\beta + J} (l_\beta - l_\gamma) (-)^{l_\alpha + l_\beta + J} \right\}, \end{aligned} \quad 6.2.4$$

$$A_{\alpha \beta \gamma \delta}^i = C \int_0^{\infty} r^2 dr F_i(r) R_\alpha(r) R_\beta(r) R_\gamma(r) R_\delta(r), \quad 6.2.5$$

$$k_\alpha = (2j_\alpha + 1)(l_\alpha - j_\alpha), \quad 6.2.6$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\Gamma_0^i \Gamma_1^i) = & \sigma_{\alpha\tau_\beta} (f + f' - q - q' - 2\Delta [q_i, q'_i]) + \sigma_{\alpha\tau_\beta} \sigma_{\alpha\tau_\gamma} (f - f' - q + q' - 4\Delta q'_i) + \\ & + \sigma_{\alpha\tau_\beta} \sigma_{\alpha\tau_\gamma} (2f' - 2q'_i + \Delta [-2q_i + 2q'_i]), \end{aligned} \quad 6.2.7$$

$$\begin{aligned} \Gamma_1^i = & \sigma_{\alpha\tau_\beta} (1 - \Delta) (f + f' + q + q') + \sigma_{\alpha\tau_\beta} \sigma_{\alpha\tau_\gamma} (f - f' + q - q' - \Delta [2f' + 2q'_i]) + \\ & + \sigma_{\alpha\tau_\beta} \sigma_{\alpha\tau_\gamma} (2f' + 2q'_i - \Delta [f - f' + q - q'_i]), \end{aligned} \quad 6.2.8$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\Gamma_0^i - \Gamma_i^i) = & \delta_{\alpha\tau_p} (-2q_i \cdot 2q_i' + \Delta[f_i + f_i' - q_i \cdot q_i']) + d_{\alpha\tau_p} d_{\alpha\tau_p'} (-2q_i + 2q_i' + \Delta[2f_i' - 2q_i']) + \\ & + d_{\alpha\tau_p} d_{\alpha\tau_p'} (-4q_i' + \Delta[f_i - f_i' - q_i + q_i']), \end{aligned} \quad 6.2.9$$

$$\Delta = \begin{cases} / & \text{für antisymmetrisierte Matricelemente} \\ 0 & \text{für nicht antisymmetrisierte Matricelemente.} \end{cases} \quad 6.2.10$$

Für $J = 0$ muß einfach der letzte Summand der geschweiften Klammer in (6.2.4) weggelassen werden.

Werden Teilchen und Loch zu gutem Isospin T gekoppelt, lauten die drehimpuls- und isospinreduzierten Matricelemente wie (6.2.4) mit der Ersetzung

$$\frac{1}{2}(\Gamma_0^i + \Gamma_i^i) = \hat{T} \left\{ (f_i + f_i' - q_i \cdot q_i' - 2\Delta[q_i + q_i']) + (-)^T (f_i - f_i' - q_i \cdot q_i' - 4\Delta q_i') \right\}, \quad 6.2.11$$

$$\Gamma_i^i = \hat{T} \left\{ (1-\Delta)(f_i + f_i' + q_i \cdot q_i') + (-)^T (f_i - f_i' + q_i \cdot q_i' - \Delta[2f_i' + 2q_i']) \right\}, \quad 6.2.12$$

$$\frac{1}{2}(\Gamma_0^i - \Gamma_i^i) = \hat{T} \left\{ (-2q_i - 2q_i' + \Delta[f_i + f_i' - q_i \cdot q_i']) + (-)^T (-2q_i + 2q_i' + \Delta[2f_i' - 2q_i']) \right\}, \quad 6.2.13$$

7. Numerische Auswertung, Ergebnisse

7.1 Anwendung der Theorie auf die Bleigegend.

Das Schalenmodell gruppiert die Einteilchenniveaux, die energetisch nahe beisammen liegen, in einer Schale. Der Energieabstand $\Delta\omega$ der einzelnen Schalen zueinander wird sehr gut durch die empirische Formel

$$\Delta\omega = 41.A^{-\frac{1}{3}} \qquad 7.1.1$$

beschrieben. Dabei ergibt es sich, daß in einer Schale nur Zustände gleicher Parität auftauchen. Erst wenn die Größe der Spin-Bahn-Wechselwirkung mit $\Delta\omega$ vergleichbar wird, senkt sich aus der darüberliegenden Schale der Zustand mit dem höchsten Gesamtdrehimpuls eine Schale tiefer. Dies geschieht etwa ab ^{48}Ca , so daß bei allen darüberliegenden Kernen nun Zustände verschiedener Parität in einer Schale zusammenliegen.

Betrachtet man jetzt Einteilchenübergänge, die innerhalb einer Schale möglich sind, so müssen sie bei Kernen, die leichter als ^{48}Ca sind, positive Parität haben. Die Teilchen-Loch-Anregungen aber, bei denen ein Teilchen in einer Schale mit einem Loch in der darunterliegenden gekoppelt wird, kann bei Kernen leichter als ^{48}Ca nur von negativer Parität sein. Das heißt, daß die hier abgehandelte Theorie aus Paritätsgründen erst bei Kernen ab ^{48}Ca und darüber einen andern Wert als den Schalenmodellwert für die Übergänge und Momente liefern kann, wenn man als Konfigurationsraum eine Schale über und eine unter der Fermikante benutzen will.

Läßt man statt dessen zwei Schalen über und unter der Fermikante als Konfigurationsraum zu, so entfällt zwar das Paritätsargument, doch liegt die nächst höhere Schale wegen

(7.1.1) bei leichten Kernen hoch im Kontinuum. Dann gilt aber nicht mehr die bei der Herleitung (3.3) getroffene Voraussetzung, daß die Zustände nahe an der Fermikante liegen müssen, wo sie ungefähr als stabile Einteilchenzustände beschrieben werden können. Da zudem noch verlangt wurde, daß die zu betrachtenden Kerne in der Nähe abgeschlossener Schalen liegen müssen (2.3), um den Einfluß von Paarungseffekten vernachlässigen zu können, darf man zufriedenstellende Ergebnisse der Theorie in der Bleigegend, der Strontiumgegend und der ^{48}Ca -Gegend erwarten. Der überwiegende Teil aller experimentellen Daten über Spektren, Übergänge und Momente ist in der Bleigegend gemessen worden. Dies legt in natürlicher Weise die Anwendung der Theorie auf zunächst die Bleigegend fest. Um Annahmen über den Einfluß von gewissen Parametern zu untersuchen, werden zusätzlich die RPA-Gleichungen für ^{16}O und die benachbarten uu-Kerne ^{16}N und ^{16}F gelöst (siehe 7.3).

7.2 Programmierung.

Das zur numerischen Auswertung benutzte Programm basiert auf dem von (Ha69) erstellten RPA-Programm, mit dem die angeregten Zustände von ^{16}O und ^{40}Ca berechnet wurden, und später durch (Wei71) auch diejenigen von ^{48}Ca und ^{208}Pb . Die dabei zu Grunde gelegte Wechselwirkung war die in (6.1) beschriebene Puffsche irreduzible Teilchen-Loch-Wechselwirkung.

Die Anwendung dieses Programms auf die Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten und Momente in den ug-Kernen erforderte beträchtliche Änderungen der bestehenden Version. Zur Berechnung der Übergänge und Momente positiver Parität in den Nachbarkernen von ^{208}Pb ist der Konfigurationsraum, der eine Schale über und unter der Fermikante umfaßt, zu

klein, und erst die Erweiterung auf zwei Schalen über und unter der Fermikante garantiert befriedigende Ergebnisse - so stehen zum Beispiel für die 1^+ -Anregungen statt 4 dann 92 Teilchen-Loch-Zustände zur Verfügung, oder bei 2^+ -Anregungen statt 8 dann 144 -. Der daraus folgende Mehraufwand an Kernspeicher- und Rechenzeitbedarf war nur durch eine neue Berechnungsmethode der Matrixelemente der Teilchen-Loch-Wechselwirkung zu erreichen. Für effektive Delta-Kräfte (6.2) ist dies unproblematisch, die Puffische Wechselwirkung dagegen benötigt zwei Integrationen pro Matrixelement und entsprechend größeren Aufwand. Durch die in (A2) angegebene Methode konnte die Rechenzeit pro Matrixelement um den Faktor 30 - 40 gegenüber der früheren Version verringert werden, so daß sie nur noch um den Faktor 3 über den Rechenzeiten für effektive Delta-Kräfte lag. Die nur unwesentliche Erhöhung des Kernspeicherbedarfs wurde hauptsächlich durch die Reduzierung der (9-j)-Symbole in (6.1.12) auf die in (A.3) angegebenen Relationen erreicht. Für die zur Verfügung stehende Rechenanlage IBM 360/91 ergeben sich die in Tab. 18 aufgeführten Programmanforderungen.

Eine weitere Änderung der ursprünglichen Version wurde durch Einbeziehung der RPA-Rechnung für uu-Kerne erforderlich. Die Programmteile zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten und Momente in den ug- und gg-Kernen wurden dann einfach an das RPA-Programm angehängt.

Zur Phasenkonvention der ausgedruckten reduzierter Matrixelemente (Tab. 19 ff.) der Multipoloperatoren (5.2.6), (5.2.7) ist noch eine Bemerkung erforderlich. Um mit reellen Größen rechnen zu können, werden im Programm die 2^L -Pol-Operatoren im elektrischen Fall mit i^L und im magnetischen mit i^{L-1} multipliziert (siehe die Bemerkung in (5.2)). Für die

Übergänge, bei denen die Matrixelemente mit dem Absolutquadrat eingehen, hat dies keine Folgen, die Momente (4.1.8), (4.1.9) aber erscheinen zum Teil mit anderen Vorzeichen. Die richtigen Vorzeichen erhält man einfach durch Multiplikation mit i^{-l} bzw. i^{-l+1} .

Zur Methode der Diagonalisation der RPA-Matrix sei auf (Ha69) und die dort zitierte Literatur verwiesen.

7.3 Parameterwahl.

Bei Durchsicht der betreffenden Gleichungen läßt sich feststellen, daß bis auf den Renormierungsfaktor z (3.3.3), der für alle Zustände gleichgesetzt wurde, kein freier Parameter auftritt (die effektiven Delta-Kräfte werden für den Moment nicht diskutiert). Da $z^{\frac{1}{2}}$ ungefähr die Einteilchenstärken in den ug-Kernen wiedergeben soll, sind bei einer Wertzuweisung ebenfalls engere Grenzen gesetzt.

Die so dargestellte Situation ist trügerisch, denn Parameter, von denen erwartet wird, daß sie keinen großen Einfluß auf die Ergebnisse haben, wie zum Beispiel die Größe des Konfigurationsraums oder die Wahl der Einteilchenenergien, können drastische Effekte bewirken, wenn eine unvernünftige Wahl getroffen wird. Deshalb werden hier auch diese Fragen unter der Bezeichnung Parameterwahl mitbehandelt.

Der erste Diskussionspunkt wird die Wahl der Basis betreffen. Wie bereits im vorigen Kapitel erwähnt wurde, ist eine Basis, die eine Schale über und eine unter der Fermikante umfaßt, zur Beschreibung der teilweise sehr kollektiven Anregungen positiver Parität in ^{208}Pb unzureichend, da dann für 2^+ -Zustände zum Beispiel nur acht Teilchen-Loch-Paare ver-

füßbar sind, gegenüber 144 Teilchen-Loch-Paaren, wenn man je zwei Schalen über und unter der Fermikante mitnimmt. Da die Verdopplung des Konfigurationsraumes andererseits für die Zustände negativer Parität keine wesentliche Veränderungen mehr liefert, kann man annehmen, daß jede weitere Vergrößerung darüberhinaus nun auch die Zustände positiver Parität nicht mehr wesentlich beeinflußt.

Die Festlegung der Basiszustände auf Eigenzustände des harmonischen Oszillators wird aus numerischen Gründen nahegelegt. Andere Basiszustände werden hier immer nach Oszillatorzuständen entwickelt. Die Wahl der Basiszustände spielt aber für die Anregungszustände und deren Amplituden keine große Rolle (Wei71). Die Situation wird erst bei den Übergangsoperatoren kritisch. Um dies einzusehen, betrachte man als Basiszustände die Oszillatorzustände. Die Oszillatorlänge

$$a = \sqrt{\frac{\hbar}{m \omega_{os2}}} \quad 7.3.1$$

steht als Potenz a^l bzw. a^{l-1} vor den Matrixelementen der elektrischen bzw. magnetischen 2^l -Pol-Operatoren, die deshalb empfindlich von der Wahl der Oszillatorfrequenz ω_{os2} abhängen. Dieser Sachverhalt läßt sich dann auch in den hier erhaltenen Ergebnissen ablesen, bei denen zum Teil große Unterschiede in den Übergangswahrscheinlichkeiten auftreten, wenn die Ergebnisse für Oszillatorbasis und Saxon-Woods-Basis nebeneinander gestellt werden. Die in dieser Arbeit getroffene Wahl von

$$\omega_{os2} = 41 \text{ A}^{-\frac{1}{2}} \quad 7.3.2$$

ist unabhängig vom speziellen Kern und empirisch gut bestätigt, stellt aber für die hier erhaltenen Ergebnisse sicherlich nicht die beste Wahl dar. (GGS66) zum Beispiel haben

für ^{208}Pb für jeden Zustand eigene Oszillatorlängen bestimmt und verwandt, ein Vorgehen das sich hier allein schon aus Rechenzeitgründen verbietet.

Der dritte Punkt, der noch unter das Thema Basiswahl fällt, ist die Wahl der Einteilchenenergien. Da die Nichtdiagonalelemente der RPA-Matrix in der Größenordnung um den Faktor $\frac{2}{100}$ kleiner als die Diagonalelemente sind, hängen die erhaltenen Anregungsenergien wesentlich von den Diagonalelementen, das sind gerade die Einteilchenenergien, ab. Nach Herleitung stellen diese die Differenz zwischen den Energien des u -Kerns zum g -Grundzustand dar. Nimmt man dafür die experimentell ermittelten Werte, so stellt dies sicherlich die beste Wahl dar, die im Einklang mit der Theorie steht. Für die Zustände in der zweiten Schale über und unter der Fermikante werden die Eigenwerte aus einem auf ^{208}Pb angepassten Saxon-Woods-Potential genommen, da experimentelle Daten dazu nicht mehr vorliegen. Die Abhängigkeit des tiefliegenden Anregungsspektrums hängt natürlich nur geringfügig von den Energien dieser hochliegenden Zustände ab.

Die Energieabhängigkeit der Teilchen-Loch-Wechselwirkung zusammen mit der dazu getroffenen lokalen Dichtenäherung (3.2.13) liefert eine weitere Schar von Parametern, denen sinnvolle Werte zugewiesen werden müssen. Für die Dichteverteilung $\rho(R)$ wird einfach die Fermiverteilung

$$\rho(R) = \left(1 + e^{-\frac{r_0 A^{\frac{1}{3}} - r}{a_0}}\right)^{-1}, \quad r_0 = 1.24 \text{ fm} \quad \text{und} \quad a_0 = 0.65 \text{ fm} \quad 7.3.3$$

angesetzt, die empirisch hinreichend gut erfüllt wird.

Bei der Berechnung der Matrixelemente $\langle \hat{\alpha} \hat{\beta} \parallel \tilde{I}^J \parallel \hat{\gamma} \hat{\delta} \rangle$ (siehe z.B. (6.1.9), (6.1.11)) wird $\tilde{I}$ zwischen zwei verschiedenen Energieargumenten Ω_j

$$Q_j = \frac{1}{2} (\mathcal{E}_2 \mathcal{E}_\beta + \mathcal{E}_\beta + \mathcal{E}_\beta^2) - 2\mathcal{E}_\beta + 2\mu_j - \frac{\langle K \rangle_j^2}{4m}, \quad (j = 1, a) \quad 7.3.4$$

interpoliert. Im Inneren (i) des Kerns kann man Kernmaterieverhältnisse erwarten, also

$$R_i = 0, \quad \mu_i = -16 \text{ MeV}. \quad 7.3.5$$

Zur Bestimmung des mittleren Schwerpunktsimpulses $\langle K \rangle_j$ muß (3.2.12) herangezogen werden. Eine Überschlagsrechnung (siehe A.1) legt nahe, daß für $\langle K \rangle_j$ kleine Werte zu nehmen sind, die gegenüber den Unsicherheiten in der Wahl von $\mathcal{E}_\beta$ (siehe weiter unten) vernachlässigt werden können.

Für die Wahl der zweiten, äußeren Stützstelle R_a bietet sich ein Radius an, bei dem $\mu_a = 0$ ist, also weit außerhalb des Kerns. Die Werte von Q_a liegen aber dann um $Q_a \approx 0$, in der Nähe des in (3.1) erwähnten Pols bei der Bindungsenergie des Deuterons. Da dieser Pol aber eine Besonderheit der 1^{00} -Näherung ist und in einer exakten Theorie nicht auftauchen sollte, muß R_a an einer Stelle gewählt werden, wo $2\mu_a$ noch weit von der Polstelle entfernt liegt.

Für Kernmaterie gibt es zwar keine Rechnungen, die einen Zusammenhang $\mu = \mu(\rho)$ bestimmen, da jedoch ungefähr für den Fermiimpuls p_F

$$\mu \sim p_F^2, \quad \rho \sim p_F^3 \quad 7.3.6$$

gilt, liegt ein Ansatz

$$\mu \sim \rho^{\frac{2}{3}} \quad 7.3.7$$

nahe. Die Abb. 7 zeigt dann, daß bei dieser Wahl die Anregungsenergien unabhängig von der speziellen Wahl von R_a werden, wenn das dazugehörige $\mu_a \sim \rho(R_a)^{\frac{2}{3}}$ hinreichend weit von der Polstelle entfernt liegt.

Bei endlichen Kernen besteht zwischen dem letzten besetzten Niveau und dem ersten unbesetzten Niveau eine Energielücke, die bei den doppeltmagischen Kernen mehrere MeV beträgt. Es fällt deshalb schwer der Fermienergie ϵ_F einen definierten Wert zuzuweisen. Angesichts dieser Unsicherheit wurde auf die detaillierte Energieabhängigkeit von $\tilde{I}$ verzichtet, das heißt, da bei den Einteilchenenergien je zwei über und unter der Fermikante liegen,

$$\frac{1}{2}(\epsilon_a + \epsilon_f + \epsilon_g + \epsilon_h) - 2\epsilon_F \approx 0 \quad 7.3.8$$

Dies hilft gleichzeitig, die Rechenzeit pro Matrixelement etwas herabzusetzen. Damit reduziert sich die Energieabhängigkeit von $\tilde{I}$ auf zwei Interpolationswerte Q_i , für die folgende Werte genommen wurden

$$\begin{aligned} R_i &= 0, \quad Q_i = -35.0 \text{ MeV}, \\ R_a &= 10 \text{ A}^{\frac{1}{3}} + 0.153 \text{ fm}, \quad Q_a = -23.0 \text{ MeV}; \end{aligned} \quad 7.3.9$$

die Dichte ρ ist an der Stelle R_a etwa auf die Hälfte des Wertes $\rho(0)$ abgefallen, so daß R_a noch einen vernünftigen Interpolationspunkt darstellt. Um die Unabhängigkeit dieser Wahl vom speziellen Kern ^{208}Pb zu testen, wurden mit den selben Parametern die Spektren von ^{16}O , ^{16}F und ^{16}N berechnet.

Die Parameter der Puffschens Wechselwirkung (6.1.1) sind von Puff an die Streudaten der Nukleon-Nukleon-Streuung und an die Bindungsenergie des Deuterons angepasst worden, und werden hier unverändert übernommen. Abb. 4, Abb. 5 zeigen die experimentellen und die angepassten Streudaten.

Mit all den hier erwähnten Festsetzungen verbleibt nun die Renormierungskonstante z als letzter Parameter, über den so verfügt wurde, daß die Energie des niedrigsten Anregungs-

zustandes im gg-Kern mit dem experimentellen Wert zusammenfällt. Die z-Abhängigkeit einiger Niveaux wird in Abb. 6 gezeigt.

Es sei noch vermerkt, daß eine Abhängigkeit für Q_j und z der Art

$$\frac{1}{2}(Q_j + Q_a) = \alpha z^2 + \beta \quad 7.3.10$$

die Werte der Matrixelemente unwesentlich ändert, und folglich auch alle Ergebnisse durch solch eine Änderung unbeeinflusst bleiben würden.

Die Parameter für die SDI wurden im wesentlichen von (LE66) übernommen und auf die Oszillatorlänge (7.3.1) umgeschrieben. Die Stärke der SDI wurde, wie im Falle der Renormierungskonstanten z, auf die experimentellen Werte der niedrigsten 3^- - und 2^+ -Anregungszustände in ^{208}Pb angepasst.

Eine Zusammenstellung aller Eingabedaten wird in (A.4) gegeben.

7.4 RPA-Ergebnisse für ^{208}Pb , ^{208}Bi , ^{208}Tl , ^{16}O , ^{16}F , ^{16}N .

Die Energiespektren der Kerne ^{208}Pb , ^{208}Bi und ^{208}Tl sind heute mit Apparaturen hoher Energieauflösung sehr genau vermessen worden. Für viele dieser Niveaux gelten auch die Drehimpuls- und Paritätszuordnungen als gesichert, bei einigen ist sogar ihre Struktur bekannt (NDS71). Danach scheinen alle Zustände bis etwa 5 MeV Anregungsenergie als Einteilchen-Einloch-Anregungen erklärbar zu sein. Dabei treten in ^{208}Pb die niedrigsten 3^- -, 2^+ -, 4^+ -, 6^+ - und 8^+ -Anregungen als sehr kollektive Anregungen auf, während in den uu-Kernen ^{208}Bi und ^{208}Tl die Anregungen auf je eine Teilchen-Loch-Komponente konzentriert sind. Dieser experimentelle Befund wird qualitativ und zum Teil auch quantitativ von den RPA-Rechnungen wiedergegeben.

^{208}Pb .

In Abb.1 werden das experimentelle Spektrum und die hier mit der SDI (6.2) und der renormierten Theorie (RNT) unter Zugrundelegung der Puffschschen Wechselwirkung (6.1) errechneten Spektren nebeneinander gestellt. Zum Vergleich wurden ebenfalls einige von (BER75) errechnete Niveaux eingetragen. So weit es eindeutig möglich war, wurde die Zuordnung der einzelnen Niveaux zueinander eingetragen. Die Fragezeichen bei den über dem zweiten 5^- -Niveau liegenden Zuständen sollen andeuten, daß deren Existenz zweifelhaft ist (NDS71). Die experimentelle J^π -Zuordnung ist nur für die vier tiefsten 3^- -, 5^- -, 4^- -, 5^- -Zustände, so wie für den 2^+ - und 4^+ -Zustand gesichert. Offensichtlich geben SDI und RNT die Daten etwa gleich gut wieder, wobei RNT die Zustände bis 4.3 MeV besser trifft, während die Zustände positiver Parität, die darüber liegen, von der SDI besser beschrieben werden. Bemerkenswert ist, daß mit RNT die zwei tiefsten kollektiven Zustände 3^- und 2^+ gleichzeitig auf den richtigen experimentellen Wert fallen. Im Falle der SDI würde eine Vergrößerung der Kraft zwar den 3^- -Zustand auf den experimentellen Wert absenken, gleichzeitig aber den 2^+ -Zustand noch tiefer unter den experimentellen Wert setzen.

In Tab.1 werden die experimentellen und von verschiedenen Autoren berechneten Anregungsenergien für die Zustände, wo eine Zuordnung zu den gemessenen möglich erscheint, verglichen. Dabei stellen die von der Gruppe um Ring und Speth (KS71, RB73, RS73, RS74, BER75) und von (NW72b) veröffentlichten Ergebnisse die bisher einzigen dar, die mit dem Konfigurationsraum von je zwei Schalen über und unter der Fermikante errechnet wurden; die dabei verwendete Kraft war in allen Fällen eine effektive Delta-Kraft in der Parametrisie-

rung (6.2.2), wie sie von Migdal (Mig66) vorgeschlagen wurde. Da das erklärte Ziel dieser Arbeiten eine optimale Bestimmung der acht Parameter der Kraft war, tauchen in jeder dieser Arbeiten neue Parametersätze und damit verschiedene Ergebnisse auf. Die in Tab.1 aufgeführten Arbeiten (RS74, BER75) geben ihre ungefähr besten Anregungsenergien wieder. Dazu muß angemerkt werden, daß die Anpassung nicht allein auf das Energiespektrum von ^{208}Pb erfolgte, was sicherlich sonst bessere Ergebnisse geliefert hätte, sondern auch auf die Momente und Übergangswahrscheinlichkeiten der gg- und ug-Kerne. Die in Tab.1 aufgeführten Arbeiten von (TMP71, GGS66, Wei71) stellen Rechnungen in einem Konfigurationsraum von je einer Schale über und unter der Fermikante dar. (TMP71) verwenden eine phänomenologische Kraft in einer Tamm-Dancoff-Rechnung, (GGS66) eine in RPA-Rechnung. Den Rechnungen von (Wei71) schließlich liegt die gleiche Kraft in einer renormierten Theorie wie in dieser Arbeit zu Grunde; sie sollen hier den Effekt des doppelten Konfigurationsraumes veranschaulichen.

In den Arbeiten von (GGS66), (Wei71), (TMP71) wird die Coulombwechselwirkung zwischen den Protonen in einer pauschalen Weise mitberücksichtigt: den Diagonalelementen der RPA-Matrix wird im Falle der Protonenzustände ein konstanter Energiebetrag abgezogen. Eine Begründung dafür kann bei (CPT60) gefunden werden. Um einen besseren Vergleich zu den Arbeiten, die diesen Effekt nicht berücksichtigen, treffen zu können, wird bei Zuständen, die sich als reines Protonenteilchen-Protonloch-Paar ergeben, in eckiger Klammer der Wert angegeben, den (GGS66, Wei71, TMP71) ohne diese Prozedur erhalten hätten. Beim Vergleich der Zustände negativer Parität zwischen RNT und (Wei71) fällt nun auf, daß der Effekt des doppelten Konfigurationsraums nach Änderung der Renor-

mierungskonstanten z ($z = 0.706$ bei (Wei71), $z = 0.638$ für RNT) vernachlässigbar klein ist. Anders bei den Zuständen positiver Parität: eine Vergrößerung des Konfigurationsraums senkt die Zustände in die Gegend der gemessenen Energien und trifft diese für den 2^+ -Zustand sogar genau. Diese Festlegung gilt qualitativ auch für die anderen Rechnungen.

Der experimentell gemessene zweite 4^- -Zustand bei 3.9609 MeV erfordert eine zusätzliche Bemerkung. Aus Striping- und Pickupreaktionen ist bekannt, daß dieser Zustand durch die Konfiguration $p (1h_{9/2}, 3s_{1/2}^-)$ gekennzeichnet ist. Der sich in allen Rechnungen ergebende 4^- -Zustand, der diesem energetisch am nächsten liegt, wird aber durch $n (2g_{9/2}, 2f_{7/2}^-)$ beschrieben; derjenige 4^- -Zustand, der ebenfalls die experimentelle Konfiguration wiedergibt, liegt etwas höher. Ein 4^- -Zustand der Konfiguration $n (2g_{9/2}, 2f_{7/2}^-)$ wurde bis jetzt noch nicht gesehen.

Abgesehen von diesem 4^- -Zustand liefern alle Rechnungen für die Zustände negativer Parität etwa gleich gute Ergebnisse. Bei Betrachtung aller Zustände schneiden RNT und SDI am besten ab. Den tieferliegenden Teil des Spektrums bis zur 2^- -Anregung beschreibt RNT eindeutig am besten.

^{208}Bi .

Ohne Änderung irgendwelcher Parameter gegenüber der Rechnung für ^{208}Pb wurden die Zustände positiver Parität im uu-Kern ^{208}Bi errechnet. Die Berechnung der Zustände negativer Parität wurde aus Rechenzeitgründen zunächst zurückgestellt. Abb.2 zeigt nun alle experimentell bekannten, tiefliegenden Zustände unterhalb des ersten Zustandes negativer Parität zusammen mit dem durch SDI, RNT und von (BER75) errechneten Spektrum. In Anbetracht des Energiemaßstabes von 50 KeV

pro Teilstrich muß die Wiedergabe als gut bezeichnet werden. Dennoch läßt sich deutlich erkennen, daß die SDI die Niveaux gegenüber RNT zu stark absenkt und ein 3^+ -Zustand dabei sogar imaginär wird, ein Zeichen dafür, daß die SDI in ^{208}Bi eine zu starke effektive Wechselwirkung darstellt.

Ein Vergleich zu anderen Arbeiten (BER75, MT72) und den einfachen Schalenmodellwerten (Spalte SM) wird in Tab.2 gegeben. Die bereits bei ^{208}Pb zitierte Arbeit (BER75) übernimmt ebenfalls die Parameter von ^{208}Pb für die Berechnung von ^{208}Bi . (MT72) stellt eine Tamm-Dancoff-Rechnung mit einer phänomenologischen Kraft dar; der Konfigurationsraum besteht dort nur aus den Zuständen aus einer Schale über und unter der Fermikante.

Alle Rechnungen zeigen eine geringfügige Aufspaltung und Anhebung der Schalenmodell-Multipletts, und geben auch ungefähr die richtige Lage und Reihenfolge der verschiedenen Spinzustände. (MT72) liegt bei allen Niveaux konstant um etwa 0.08 MeV zu hoch, da die Energie des Grundzustandes nicht richtig getroffen wird. Abgesehen von den Ergebnissen der SDI, die eindeutig am schlechtesten sind, fällt es schwer, von den Ergebnissen her irgendeiner der Rechnungen den Vorzug zu geben.

^{208}Tl

Ähnliche Verhältnisse wie im Falle von ^{208}Bi liegen bei dem uu-Kern ^{208}Tl vor. Wieder erweist sich die SDI als zu stark (Abb.3, Tab.3), das Spektrum von (MT72) ist für die unteren Zustände um 0.08 MeV nach oben verschoben, das mit RNT berechnete Spektrum liegt etwas zu tief, (BER75) liegen in gleichem Maße zu hoch.

Im Sinne der Herleitung der irreduziblen Teilchen-Loch-

Wechselwirkung $\tilde{Y}$ für endliche Kerne, muß $\tilde{Y}$ für alle Kerne gelten, wenn man für A die entsprechende Teilchenzahl einsetzt. Da in dieser Arbeit bezüglich der Energie- und Schwerpunktsimpulsabhängigkeit sowie des äußeren Interpolationsradius (siehe 7.3) gegenüber (Ha69, Wei71) eine andere Interpretation gegeben wird, wurde nochmals das Spektrum von ^{16}O berechnet und mit (Wei71) verglichen. Zusätzlich wurden die Zustände negativer Parität in den uu-Kernen untersucht.

^{16}O

Um die Ergebnisse für ^{16}O mit (Wei71) vergleichen zu können, mußte wie dort in einem Konfigurationsraum von je einer Schale über und unter der Fermikante gerechnet werden und eine Coulombkorrektur von -0.4 MeV den Proton-Diagonalelementen hinzugefügt werden. Tab.4 zeigt dann die experimentellen Werte sowie den Vergleich von (Wei71) und RNT.

Der Unterschied zwischen (Wei71) und RNT ist verglichen mit der Abweichung von den experimentellen Werten sehr klein. Dies belegt zunächst die Vermutung, daß der hier angenommene Zusammenhang zwischen Dichte und chemischen Potential (7.3.7) realistisch ist, und daß in der Tat $\tilde{Y}$ eine Wechselwirkung darstellt, die für alle Kerne anwendbar ist. Die Abweichungen zu den experimentellen Werten liegen im Gegensatz zu den Ergebnissen in der Bleigegend wesentlich höher. Die Ursache dafür wird in starken Beimischungen von Dreiteilchen-Dreiloch-Anregungen vermutet (Za65, BG65). Da die hier errechneten Ergebnisse im wesentlichen mit denen von (Ha69) und (Wei71) übereinstimmen, sei für eine weitergehende Diskussion auf diese Arbeiten verwiesen.

^{16}N und ^{16}F .

Die Übernahme der bei ^{16}O verwendeten Parameter bedingt, daß nur Zustände negativer Parität für ^{16}N und ^{16}F errechnet werden können, obwohl experimentelle Zustände positiver Parität bereits ab 3.4 MeV Anregungsenergie auftauchen. Die Tatsache, daß die Zustände positiver Parität so tief liegen, verbietet eine Interpretation als Einteilchen-Einloch-Zustände. Wie im Falle von ^{16}O muß also erwartet werden, daß Mehrteilchen-Mehrloch-Zustände sehr stark zu den Anregungen beimischen, und daß deshalb die RPA-Rechnung keinesfalls besser ausfallen kann als die für ^{16}O .

Dieser Sachverhalt tritt dann auch in Tab.5 dadurch in Erscheinung, daß nur die vier tiefsten Zustände von ^{16}N als Teilchen-Loch-Anregungen erklärbar sind. Bei höherliegenden Zuständen ist eine Zuordnung der Ergebnisse zu den experimentellen Niveaux unmöglich. Die in Tab.5 aufgeführten Ergebnisse von (CF75) stammen aus einer Schalenmodellrechnung, bei der auch Zweiteilchen-Zweiloch-Zustände berücksichtigt werden, mit denen dann Zustände positiver Parität bestimmt werden können; diese Ergebnisse sind aber in gleichem Maße unbefriedigend.

Eine ähnliche Situation liegt auch bei ^{16}F vor. Doch wird der Vergleich zum Experiment zusätzlich dadurch erschwert, daß Paritäts- und Spinzustandzuordnungen zu den gemessenen Niveaux nicht gesichert sind. Deshalb wurde in Tab.6 auf eine direkte Gegenüberstellung experimenteller und theoretischer Ergebnisse verzichtet, und lediglich die gemessenen Energieniveaux mit den vermuteten J^π -Zuordnungen aufgeführt, und die errechneten Niveaux daneben gestellt. In jedem Falle haben aber Experiment

und Theorie nicht viel mehr gemein als die Grobstruktur, d.h. vier Niveaux von 0.0 MeV bis 1.0 MeV und weitere erst ab etwa 4.0 MeV. Übereinstimmend scheinen auch die vermutete negative Parität der vier tiefsten Zustände und die dort vorkommenden Spins zu sein.

7.5 Ergebnisse für Übergänge und Momente in ^{208}Pb , ^{207}Pb , ^{207}Tl , ^{209}Pb , ^{209}Bi .

Die Übergangswahrscheinlichkeiten und Momente wurden im Falle der renormierten Theorie (RNT) auf zwei Weisen errechnet: die RPA-Amplituden, die in einer Oszillatorbasis errechnet wurden, werden einmal mit den Matrixelementen der Multipoloperatoren in der Oszillatorbasis (HO), einmal in einer Saxon-Woods-Basis (SW) gemäß (5.5.1), (5.5.2) aufsummiert. Dieses Vorgehen ist im zweiten Falle zwar nicht konsistent, war aber erstens aus Rechenzeitgründen unvermeidlich, und zweitens ist der Effekt einer anderen Basis auf die RPA-Amplituden und die renormierte Wechselwirkung $\tilde{V}$ klein, (siehe z.B. Wei71). Die mit der SDI errechneten Werte werden nur in der Oszillatorbasis angegeben. Die auf diese Weise bestimmten Ergebnisse werden mit den experimentellen Werten und den von (BER75) errechneten Werten verglichen. Wo immer es angebracht erscheint, werden auch die Ergebnisse eines reinen Schalenmodells (SM), und zwar in Oszillatorbasis, angegeben. Ergebnisse, für die keine Messungen vorliegen, stehen ab Tab.19.

Die in Tab.7 aufgeführten Grundzustandsübergangswahrscheinlichkeiten * in ^{208}Pb werden zusammen mit den errechneten Energien aufgeführt, da beide auf bestimmte Weise korreliert sind

 *Alle Übergangswahrscheinlichkeiten werden als reduzierte Übergangswahrscheinlichkeiten $B(j_i \rightarrow j_f; L, \pi) = \frac{1}{2j_i+1} | \langle i | Q | f \rangle |^2$ gegeben. Die Definition für die Momente steht in (4.1.8), (4.1.9).

(Dieser Punkt wird in (7.6) genauer untersucht). Tab.7 enthält alle in ^{208}Pb gemessenen Übergänge; die unten angegebenen, zum Teil sehr verschiedene Meßwerte spiegeln deutlich die experimentelle Situation wieder, daß zwar Energien sehr genau bestimmt werden können, die Messung von den kurzen Zerfallszeiten aber mit großen Unsicherheiten behaftet ist. Die mit RNT berechneten Werte fallen mit Ausnahme des $(0^+ \rightarrow 2^+)$ -Übergangs etwas zu klein aus, liegen aber immer in der richtigen Größenordnung, im Gegensatz zu Werten, die in einem kleineren Konfigurationsraum errechnet werden; (EW72) geben zum Beispiel für $(0^+ \rightarrow 2^+)$ den Wert $366 \text{ e}^2 \cdot \text{fm}^4$ und für $(0^+ \rightarrow 4^+)$ $53 \cdot 10^4 \text{ e}^2 \cdot \text{fm}^8$ an, während ihre Werte für Übergänge negativer Parität im wesentlichen mit den hier angeführten übereinstimmen.

Die SDI hat die Neigung die Werte mit Ausnahme des $(0^+ \rightarrow 3^-)$ -Übergangs zu überschätzen, während (BER75) ähnliche Ergebnisse wie RNT liefert. Da (BER75) die Wahl der Kraftparameter an die Energien und Übergangswahrscheinlichkeiten des 3^- - und 2^+ -Zustandes angepasst haben, liegen ihre Werte hierzu im Vergleich besser, allerdings um den Preis, die experimentellen Energien im 3^- -Fall nach unten und im 2^+ -Fall nach oben verfehlt zu haben. Auffallend ist schließlich noch die erhebliche Reduktion der Übergangswahrscheinlichkeiten, wenn statt der Oszillatorbasis eine Saxon-Woods-Basis benutzt wird. Dieser Unterschied mag in der nichtkonsistenten Verwendung der Saxon-Woods-Basis begründet sein und soll ebenfalls in (7.6) genauer betrachtet werden.

Die elektrischen Eigenschaften der ug-Kerne, so weit experimentelle Daten vorliegen, sind in den Tab.8 - Tab.10 zusammengestellt worden. Dabei bemerkt man, daß die Korrekturen zum Schalenmodell grundsätzlich in die Richtung der experimentellen Werte gehen. Bei genauerer Betrachtung läßt

sich folgende Regel feststellen: die elektrischen Eigenschaften der ug-Kerne weichen im selben Maße von den experimentellen Werten ab wie die Grundzustandsübergangswahrscheinlichkeit des entsprechenden Zustands im gg-Kern den experimentellen Wert verfehlt; dies ist die unmittelbare Konsequenz der Beziehungen (5.5.1), (5.5.2) und (5.5.7). So liegen bei RNT und SDI die E2-Übergänge und die Quadrupolmomente zu hoch, (BER75) zu tief, die E3-Übergänge dagegen zu tief. Vergleicht man nochmals die Schalenmodellwerte mit den Ergebnissen, so muß festgestellt werden, daß die Beiträge der Phononen im gg-Kern nicht nur in Richtung auf die experimentellen Werte gehen, sondern diese auch in der richtigen Größenordnung wiedergeben.

Bei Betrachtung der magnetischen Eigenschaften der ug-Kerne (Tab.11 - Tab.15) ergibt sich eine deutlich andere Situation. Zwar gehen die Korrekturen zum Schalenmodell noch in die richtige Richtung, doch erreichen sie zum Teil nicht einmal der Größenordnung nach die experimentellen Werte (die Ergebnisse von (BER75) seien im Moment zurückgestellt). Besonders deutlich läßt sich dies bei den L-verbotenen M1-Übergängen ($4L \geq 1$, Schalenmodellwert ist Null) sehen, die um einen Faktor 10 zu klein sind; auch an den anderen Ergebnissen läßt sich ablesen, daß die durch die Phononenübergänge bedingte Korrektur größenordnungsmäßig nicht ausreicht, die zum Teil erheblichen Abweichungen vom Schalenmodellwert zu erklären. Unglücklicherweise existieren keine Daten für die entsprechenden Phononen-Übergänge in den gg-Kernen, doch Abschätzungen über die Größe mesonischer Effekte (DW60) zu den magnetischen Eigenschaften legen es nahe, die Ursache der Abweichung dort zu suchen. Die genauere Untersuchung dieses Punktes sei auf das nächste Kapitel verschoben.

Die Ergebnisse von (BER75), die sehr gut mit dem Experiment übereinstimmen, können mit den hier erhaltenen nicht

verglichen werden: die hier erhaltenen Ergebnisse wurden mit dem freien magnetischen Multipoloperator (5.2.2) errechnet, (BER75) dagegen verwenden einen Operator der Form

$$\langle p | Q_{\text{ren}} | \alpha \rangle = \frac{e}{2\mu c} \langle p | [\nabla r^2 Y_{lm}^*(\hat{r})] \cdot \left[\frac{2}{l+1} \tilde{g}_L + \tilde{\mu} \tilde{\sigma} \right] + \chi r^2 \tau_3 (Y_2(\hat{r}) \cdot \sigma)_m d_{\ell} | \alpha \rangle, \quad 7.5.1$$

$$\tilde{g}_p = 1 - \tilde{f}_{Lp}, \quad \tilde{\mu}_p = 2.793(1 - \tilde{f}_{Sp}) - 1.913 \tilde{f}_{Sp}, \quad 7.5.2$$

$$\tilde{g}_n = \tilde{f}_{Ln}, \quad \tilde{\mu}_n = 2.793 \tilde{f}_{Sn} - 1.913(1 - \tilde{f}_{Sn}),$$

der mit dem freien Operator nur dann übereinstimmt, wenn alle $\tilde{f}_s$ und χ gleich Null gesetzt werden. Diese fünf Parameter werden frei variiert, und durch eine Anpassung kleinster quadratischer Abweichung zu den experimentellen Werten festgelegt. Nimmt man dagegen die von der selben Gruppe (KS71) veröffentlichten Zahlen, bei denen, bis auf einen Parameter $\tilde{f}_s$, der Multipoloperator (7.5.1) mit dem freien identisch war, so sind diese zum Teil erheblich schlechter als die mit RNT errechneten. Da die völlig freie Anpassung der Parameter als Berücksichtigung mesonischer Effekte interpretiert wird, sei hierzu ebenfalls auf das nächste Kapitel verwiesen.

7.6 Diskussion der Ergebnisse.

Eine sinnvolle Bewertung der Ergebnisse kann sich nur an die Gesamtheit aller Ergebnisse richten, da die Theorie den Anspruch erhebt, alle hier betrachteten Erscheinungen alleine über die renormierte Teilchen-Loch-Wechselwirkung $\tilde{I}$ erklären zu wollen. Da $\tilde{I}$ zudem, bis auf die notwendige Änderung der Teilchenzahl A an den entsprechenden Stellen, für alle Kerne gilt, bei denen Paarungseffekte keine Rolle spielen, müssen auch diese Ergebnisse mitberücksichtigt werden. Alleine die magnetischen Eigenschaften können getrennt behandelt werden, da mesonische Prozesse offenbar eine größere Rolle spielen.

Die Bewertung der hier erhaltenen Ergebnisse wird vor allem durch eine Beobachtung wesentlich erleichtert, nämlich durch die Korrelation der errechneten Anregungsenergie eines Phonons mit dessen Übergangswahrscheinlichkeit in den Grundzustand. Aus Untersuchungen an einem schematischen Modell, für das dank einer als separabel angesetzten Wechselwirkung die RPA-Lösungen explizit angegeben werden können, weiß man, daß eine Erhöhung der Kraft die Energie des tiefsten Anregungszustandes ($\Delta T = 0$) absenkt, und gleichzeitig die Anregung auf viele Teilchen-Loch-Amplituden verteilt. Die höhere Kollektivität dieser Anregung bedingt aber gleichzeitig eine höhere Anregungswahrscheinlichkeit. Da zudem die Übergänge und Momente in den ug-Kernen direkt an die Übergangswahrscheinlichkeit der Phononen in den Grundzustand gekoppelt sind (siehe (5.5.1), (5.5.2), (5.5.7)), hängen Anregungsenergie im gg-Kern, Übergänge im gg-Kern und Übergänge im ug-Kern eng zusammen. Mit anderen Worten ausgedrückt, stimmt die Anregungsenergie eines Zustandes mit dem Experiment überein, seine Übergangswahrscheinlichkeit dagegen nicht (oder umgekehrt), so können durch die Änderung der Stärke der Kraft alleine niemals beide Werte gleichzeitig mit den experimentellen Werten zur Deckung gebracht werden.

Nach dieser Bemerkung genügt es zunächst, sich für die Diskussion der elektrischen Eigenschaften auf Tab.7 mit den Anregungsenergien und den Übergangswahrscheinlichkeiten im gg-Kern ^{208}Pb zu beschränken. Da für E2- und E3-Übergänge die meisten Daten vorliegen, gilt das Hauptinteresse dem 2^+ - und 3^- -Zustand. Die Energien dieser zwei Phononen werden durch RNT genau getroffen, doch sind die Übergangswahrscheinlichkeiten für E3 zu klein und für E2 zu groß. Da in RNT nur die Renormierungskonstante z , die wie eine Stärke der Kraft wirkt, als freier Parameter verfügbar ist, gibt es keine

Möglichkeit, die Ergebnisse durch eine andere Wahl von z zu verbessern. Bemerkenswerterweise ist die Situation bei (BER75) nicht sehr verschieden: trotz eines Satzes von acht frei wählbaren Parametern, die extra auf die Eigenschaften des 3^- - und 2^+ -Zustandes angepasst wurden, gelingt es nicht Energien und Übergangswahrscheinlichkeiten der zwei Zustände gleichzeitig richtig wiederzugeben. Tab.16 zeigt, daß eine Anregungsenergie des 2^+ -Phonons, wie sie in (BER75) errechnet wurde, auch in RNT die richtige Übergangswahrscheinlichkeit ergibt. Für den 3^- -Zustand ergibt sich das gleiche Bild.

Das Unvermögen, Energien und Übergangswahrscheinlichkeiten mit der SDI, RNT oder einer Migdalkraft (BER75) gleichzeitig gut wiederzugeben, legt den Schluß nahe, daß alle drei Kräfte mindestens einen wichtigen Punkt außer Acht lassen. Bei Betrachtung gemeinsamer Punkte dieser drei Kräfte stellt man fest: erstens können die Nukleonen nur in Zuständen mit dem Relativdrehimpuls $l = 0$ wechselwirken, und zweitens erhält die Kraft den Isospin der Nukleonen, die Coulombkräfte sind vernachlässigt worden. Der Einfluß höherer Drehimpulse kann nur sehr schwer abgeschätzt werden, doch gibt es Hinweise, daß dieser gering ist. So ergeben zum Beispiel die Rechnungen von (GGS66) keine anderen Werte für den $E3$ -Übergang als diejenigen, die nur ($l = 0$)-Drehimpulse berücksichtigen (Wei71); in Kernmaterierechnungen mitteln sich die Beiträge höherer Drehimpulse gegenseitig weg, so daß effektiv nur ($l = 0$)-Beiträge übrigbleiben (Ga76). Den Einfluß der Coulombkräfte dagegen kann man sich sehr einfach im schematischen Modell veranschaulichen, wenn man (CPT60) folgend den Protodiagonalelementen in der RPA-Matrix einen konstanten Energiebetrag C abzieht. Die dadurch verursachte Energieabsenkung der Zustände kann durch eine Änderung der Stärke der Kraft kompensiert werden, so daß die einzige Wirkung von C darin

besteht, die Gewichte der Anregung mehr auf die Protonenteilchen-Protonloch-Komponenten zu verschieben. Eine grobe quantitative Abschätzung ergibt, daß mit $C = 0.24$ (dieser Wert wird auch bei (CPT60) und (GGS66) benutzt), Anregungsenergie und Übergangswahrscheinlichkeit des 3^- -Zustandes in ^{208}Pb den richtigen Wert bekommen. Andererseits wird der 2^+ -Zustand durch die Coulombkorrektur in geringerem Maße beeinflußt, da seine kollektive Stärke hauptsächlich durch den Beitrag der zweiten Schalen über und unter der Fermikante bedingt wird, und C dann klein gegen die Differenz einer Teilchen- und einer Lochenergie ($\epsilon_{ph} \approx 12.5 \text{ MeV}$) ist.

Die in Tab.7 abzulesende Tendenz, daß Zustände positiver Parität gegenüber denjenigen negativer Parität relativ zu den experimentellen Werten größere Übergangswahrscheinlichkeiten haben, spricht für eine Überbewertung des Beitrages der zweiten Schalen gegenüber demjenigen der ersten Schalen. Die Mitnahme einer weiteren Schale würde dies wieder korrigieren, da diese hauptsächlich Teilchen-Loch-Paare negativer Parität beiträgt. Doch scheint es von Aufwand her nicht gerechtfertigt, die Rechnungen durch Mitnahme einer weiteren Schale auszudehnen; dieser Effekt sollte vielmehr durch eine kleinere Renormierungskonstante z für die Zustände der zweiten Schale beschrieben werden. Dies liegt alleine deshalb schon nahe, weil die Zustände in den zweiten Schalen sicherlich einen geringeren Überlapp zu den Einteilchenzuständen haben (siehe 3.3), und die Näherung, die ein einheitliches z für alle Zustände benutzt, deshalb zu grob ausfällt.

Die empfindliche Abhängigkeit der Übergangswahrscheinlichkeiten von der Wahl der Basiszustände rührt ebenfalls daher, daß eine einheitliche Renormierungskonstante eine zu grobe

Näherung darstellt: da aus Rechenzeitgründen die Teilchen-Loch-Amplituden in der Oszillatorbasis bestimmt werden, und für die Übergänge dann im Falle der Saxon-Woods-Basis einfach die Matrixelemente der Multipoloperatoren in SW-Basis damit aufaddiert werden, verknüpfen sich die in der HO-Basis überschätzten Amplituden der zweiten Schale mit den in SW-Basis richtigerweise erheblich reduzierten Übergangsmatrixelementen der zweiten Schale. Dies äußert sich dann in der Überempfindlichkeit der Ergebnisse bezüglich der Basiswahl und spricht dafür, die Ergebnisse in der SW-Basis gegenüber denjenigen in HO-Basis nicht allzu ernst zu nehmen, andererseits aber auch, in der HO-Basis eine kleinere Renormierungskonstante für die zweiten Schalen zu nehmen.

Korrekturen zu den Ergebnissen, die durch Mehrteilchen-Mehrloch-Anregungen entstehen, dürften gegenüber den bereits diskutierten Korrekturen klein sein, da die irreduzible Teilchen-Loch-Wechselwirkung $\tilde{I}$ durch ihre Energieabhängigkeit diese Effekte prinzipiell mitberücksichtigt. In der hier getroffenen lokalen Dichtenäherung zu $\tilde{I}$ können diese Effekte allerdings nur in gemittelter Weise erfaßt werden, so daß erhebliche Änderungen dann entstehen können, wenn Mehrteilchen-Mehrloch-Anregungen nahe an der Fermikante liegen. Dies scheint bei ^{208}Pb nicht zuzutreffen, da alle Zustände bis zu 5 MeV als Teilchen-Loch-Zustände bekannt sind (NDS71), bei ^{16}O allerdings weiß man, daß Dreiteilchen-Dreiloch-Zustände zum Beispiel bereits in der Nähe der tiefsten Einteilchen-Einloch-Anregung liegen (Ha69) und deshalb erhebliche Korrekturen bedingen können.

Wie bereits angedeutet wurde, sind die Ergebnisse für die magnetischen Eigenschaften der ug-Kerne bei weitem nicht so zufriedenstellend wie im Falle der elektrischen

Eigenschaften. Die Ursache dafür wurde in mesonischen Prozessen vermutet. Leider gibt es bis heute keine zuverlässigen Aussagen qualitativer oder quantitativer Art über den Einfluß der Mesonen auf den magnetischen Multipoloperator. Im allgemeinen werden aber zwei Effekte erwartet: eine Verringerung des anomalen magnetischen Momentes der Nukleonen im Kern gegenüber demjenigen der freien Nukleonen, weil die Erzeugung von virtuellen Pionen, die dem Nukleon über den Rückstoß einen kleineren Impuls als den Fermiimpuls erteilen, durch das Pauliprinzip für die Nukleonen im Kern verboten wird (Miy72); zweitens eine Änderung des Bahnmomentes der Nukleonen, weil zum Beispiel ein Neutron unter virtueller Emission eines Pions kurzzeitig Ladungsströme erzeugen kann. (Miy72) zum Beispiel faßt den Effekt dieser zwei Prozesse in einem Einteilchenoperator zusammen, der mit den Bezeichnungen von (7.5.1) durch folgende Änderungen gegenüber den freien Werten gekennzeichnet ist:

$$\delta\mu = -0.17\tau_3\mu_N, \quad \delta g = 0.1\tau_3\mu_N. \quad 7.6.1$$

In der bei (Miy72) erwähnten Quelle werden weitere Werte angegeben, die erheblich um die von (7.6.1) schwanken. Die experimentelle Bestätigung dieser Werte andererseits wird gerade durch den nur sehr unsicher faßbaren Effekt der Phononanregungen erschwert. Der unsicheren Situation wegen, und um eine klare Trennung von Mesonen- und Phononeneffekten zu ziehen, wurde deshalb hier im Gegensatz zu (BER75) der freie magnetische Multipoloperator verwendet. Es sei zu (BER75) nur kurz angemerkt, daß erst durch $\delta\mu = -0.6\tau_3$, $\delta g_p = .13$, $\delta g_n = -0.01$ eine optimale Anpassung an die experimentellen Daten möglich war; die Abweichung zu den vorgeschlagenen Werten (7.6.1) ist erheblich.

Um die Größenordnung der mesonischen Effekte sehen zu können, wurden mit den in (7.6.1) vorgeschlagenen Parametern die M1-Übergänge und die Dipolmomente der ug-Kerne berechnet. Tab.17 zeigt, daß die Änderung die Werte in der Regel um 20% reduziert und für alle Daten zufriedenstellende Ergebnisse liefert, mit Ausnahme der L-verbotenen M1-Übergänge ($\Delta L \geq 2$); diese Werte bleiben eine Zehnerpotenz zu klein. (BER75) haben sich hier mit einem Term $(\gamma_z \sigma)_i \sigma_{ji}$ im magnetischen Operator beholfen (siehe 7.5.1), der ebenfalls auf mesonische Einflüsse zurückgeführt wird; dieses Vorgehen wurde aus den oben erwähnten Gründen hier nicht übernommen.

8. Schlußbemerkungen

Die Verwendung einer exakten Vielteilchentheorie ermöglichte die Herleitung von Beziehungen, die die Berechnung von Anregungsenergien und Übergangswahrscheinlichkeiten der gg-Kerne, von Anregungsenergien der uu-Kerne und von Übergangswahrscheinlichkeiten und Momenten in den ug-Kernen gestatten. Dazu wurde, ausgehend von einer freien Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung, eine effektive, energieabhängige Wechselwirkung in Kernmaterie hergeleitet und im Sinne einer lokalen Dichtenäherung auf endliche Kerne übertragen. Nach einer durch Quasiteilchennäherung zu den Einteilchenpropagatoren und durch die Basisbeschränkung bedingten Renormierung der effektiven Wechselwirkung und der Einteilchenoperatoren, ergeben sich die Anregungsenergien als Eigenwerte einer renormierten RPA-Matrix, und die Übergangswahrscheinlichkeiten aus deren Eigenvektoren. Durch den Verzicht auf phänomenologische Ansätze zur effektiven Wechselwirkung, bleibt die Renormierungskonstante z einziger Parameter der Theorie, der durch die Interpretation als Einteilchenstärke ebenfalls engere Grenzen gesetzt sind.

Zur numerischen Auswertung wurden die renormierte Theorie und zum Vergleich auch eine semiphänomenologische Theorie (wegen des Ansatzes einer effektiven Wechselwirkung als Surface Delta Interaction) auf die Kerne der Bleigegend angewandt. Dabei erwies es sich aus Paritätsgründen (siehe z.B. 7.1, 7.3) als notwendig, den Konfigurationsraum auf je zwei Schalen über und unter der Fermikante auszudehnen. Mit der renormierten Theorie wurden zusätzlich die Energiespektren in der Sauerstoffgegend errechnet.

An Hand der erhaltenen Ergebnisse und auch durch Vergleich mit anderen semiphänomenologischen Theorien (BER75) läßt sich

der Schluß ziehen, daß die Wahl der Wechselwirkung keine entscheidende Rolle spielt. Die Ergebnisse für die Anregungsenergien dürfen für die Bleigegend als gut bezeichnet werden, während die Spektren in der Sauerstoffgegend, wie bei allen RPA-Ergebnissen für diese Kerne, durch das Vorhandensein von Mehrteilchen-Mehrloch-Anregungen wesentlich schlechter ausfallen.

Die elektrischen Eigenschaften der Kerne in der Bleigegend werden im Gegensatz zu allen Arbeiten in einem kleineren Konfigurationsraum größenordnungsmäßig richtig wiedergegeben, sie hängen jedoch sehr empfindlich von den Neutronen- und Protonenverteilungen in den Anregungen ab. Da die E2-Übergänge etwa konstant um den Faktor 1.7 überschätzt werden und die E3-Übergänge etwa um den Faktor 0.64 unterschätzt werden, darf erwartet werden, daß die Theorie quantitativ gute Ergebnisse liefern wird, wenn für die 3^- - und 2^+ - Phononen in ^{208}Pb sowohl Anregungsenergien als auch Grundzustandsübergangswahrscheinlichkeiten die experimentellen Werte wiedergeben.

Zu den magnetischen Eigenschaften der Kerne in der Bleigegend ließ sich feststellen, daß mesonische Prozesse die Übergänge und Momente in der gleichen Größenordnung wie die Phononenanregungen beeinflussen. Eine quantitativ befriedigende Erklärung der magnetischen Eigenschaften von der Theorie her kann erst erfolgen, wenn Genauereres über den Mesoneneinfluß auf den magnetischen Multipoloperator bekannt sein wird; dazu könnte eine sichere Aussage über den Phononeneinfluß gute Dienste leisten. Angesichts der Abweichungen zwischen Experiment und Theorie bei den elektrischen Eigenschaften ist dieser Stand jedoch sicherlich noch nicht erreicht.

Dennoch muß man die Ergebnisse der renormierten Theorie als ermutigend bezeichnen, da sie von der freien Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung ausgehend praktisch parameterfrei bereits die Anregungsenergien gut beschreibt und die elektrischen Eigenschaften nur um generell konstante Faktoren verfehlt. Da die elektrischen Eigenschaften auf Korrekturen in der Protonen-Neutronen-Verteilung in einem Phonon wesentlich empfindlicher reagieren als die Anregungsenergien, liegt die Vermutung nahe, daß durch eine Änderung der bisher gleichwertigen Behandlung von Neutronen und Protonen in der Wechselwirkung, Energien und Übergänge mit dem Experiment in Einklang gebracht werden können.

A.1. Abschätzung des mittleren Schwerpunktsimpulses für I.

Zur Bestimmung des in (3.2.13) einzusetzenden mittleren Schwerpunktsimpulses wird (3.2.8) herangezogen, das wegen

$$F^a(R) = 1 - F'(R) \quad \text{A.1.1}$$

auf die Form

$$\begin{aligned} &\langle I | I_{\frac{K}{2}}(Q_a) | I' \rangle + F'(R) \{ \langle I | I_{\frac{K}{2}}(Q_a) | I' \rangle - \langle I | I_{\frac{K}{2}}(Q_a) | I' \rangle \} = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \int d^3Q \left[(2\pi)^{\frac{1}{2}} d(Q) \langle I | I_{\frac{K}{2}}(Q_a) | I' \rangle + F'(Q) \{ \langle I | I_{\frac{K}{2}}(Q_a) | I' \rangle - \langle I | I_{\frac{K}{2}}(Q_a) | I' \rangle \} \right] \end{aligned} \quad \text{A.1.2}$$

gebracht werden kann. Zur Abschätzung genügt es, einen Interpolationsradius R_a zu nehmen, bei dem $\varrho(R_a) = 0$ ist, so daß damit

$$F'(Q) \sim \varrho(Q) = \sum_{\substack{n, l, m \\ \epsilon_{nlm} \leq \epsilon_F}} \frac{2q+1}{2\ell+1} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \int d^3K \langle K - \frac{1}{2}Q | nlm \rangle \langle nlm | K + \frac{1}{2}Q \rangle \quad \text{A.1.3}$$

die Impulsdichte im harmonischen Oszillator herangezogen werden kann. (A.1.2) ergibt dann

$$\begin{aligned} &\langle I | I_{\frac{K}{2}}(Q_a) | I' \rangle + \frac{\varrho(Q)}{\varrho(0)} \{ \langle I | I_{\frac{K}{2}}(Q_a) | I' \rangle - \langle I | I_{\frac{K}{2}}(Q_a) | I' \rangle \} = \\ &= \langle I | I_0(Q_a) | I' \rangle + \frac{4}{(2\pi)} \sum_{\substack{n, l, m \\ 2n+1 \leq N_{\text{Schale}}}} \frac{1}{2\ell+1} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \int d^3Q d^3K \langle K - \frac{1}{2}Q | nlm \rangle \langle nlm | K + \frac{1}{2}Q \rangle \{ \langle I | I_{\frac{K}{2}}(Q_a) | I' \rangle - \\ &\quad - \langle I | I_{\frac{K}{2}}(Q_a) | I' \rangle \} \end{aligned} \quad \text{A.1.4}$$

N_{Schale} bezeichne die Zahl der Oszillatorquanten der höchsten gefüllten Schale. Bei Betrachtung des Integranden in (A.1.4) kann festgestellt werden, daß erstens die geschweifte Klammer für große Q verschwindet, da nach (3.1.14)

$$\langle I | I_{\frac{K}{2}}(Q) | I' \rangle = \langle I | I(Q - \frac{Q^2}{16\mu}) | I' \rangle, \quad \text{A.1.5}$$

und für große Q -Werte Q dagegen vernachlässigt werden kann.

Zweitens gilt für den harmonischen Oszillator

$$\int x^2 K < K - \frac{1}{2} Q | n \mu \rangle \langle n \mu | K - \frac{1}{2} Q > \sim \left(\frac{Q^2}{4c^2} \right)^{2n+1} e^{-\frac{Q^2}{4c^2}}, \quad Q^2 \gg 4c^2 \quad \text{A.1.6}$$

$$C = (\mu \omega_{0SE})^{\frac{1}{2}} \approx (41 A^{-\frac{1}{3}} \mu)^{\frac{1}{2}} \approx A^{-\frac{1}{6}}, \quad \text{A.1.7}$$

so daß für

$$Q > 2C \sqrt{(2N+L)_{\max}} = 2 \sqrt{\frac{N_{\text{SCHALE}}}{A^{\frac{1}{3}}}} \quad \text{A.1.8}$$

$Q(Q)$ wie $e^{-\frac{Q^2}{4c^2}}$ abfällt. Deswegen können wesentliche Beiträge zum Integranden (A.1.4) nur aus dem Intervall $0 \leq Q \leq 2 \sqrt{\frac{N_{\text{SCHALE}}}{A^{\frac{1}{3}}}}$ kommen, weshalb für die mittleren Schwerpunktsimpulse

$$0 \leq \langle \frac{K}{2} \rangle_{i,a} \leq \sqrt{\frac{N_{\text{SCHALE}}}{A^{\frac{1}{3}}}} \quad \text{A.1.9}$$

gelten muß. Im Energieargument von I wird deshalb der Beitrag des Schwerpunktsimpulses durch

$$0 \leq \frac{1}{4\mu} \langle \frac{K}{2} \rangle_{i,a}^2 \leq \frac{N_{\text{SCHALE}}}{4\mu A^{\frac{1}{3}}} \approx \begin{cases} 4.0 & \text{für } ^{16}\text{O} \\ 8.0 & \text{für } ^{208}\text{Pb} \end{cases} \quad \text{A.1.10}$$

eingegrenzt.

A.2. Berechnung der Radialintegrale der Wechselwirkung.

Die in (6.1.13) angegebenen Radialintegrale in der Oszillatorbasis können mit Hilfe der Moshinskybrackets (Mo59) auf die Form

$$\frac{1}{L} \langle n_1 n_2 (l_2 l_2) L \| \tilde{I}^S \| n_3 n_4 (l_3 l_4) L \rangle = 4\pi \sum_{N' N''} \langle n_0 N L L | n_1 l_1 n_2 l_2 L \rangle \langle n' 0 N' L L | n_3 l_3 n_4 l_4 L \rangle \times$$

$$\sum_{Q_b=1}^2 (D_{ab}^S(Q) \langle N L O | F^i | N' L O \rangle + D_{ab}^S(Q_a) \langle N L O | F^a | N' L O \rangle) G^Q(n_S) G^b(n_S) \quad A.2.1$$

gebracht werden. Dabei gelten die Definitionen

$$\langle N L O | F^i | N' L O \rangle = (-)^{N' N'} N(N, L) N(N', L) \int_0^\infty R^2 \left(\frac{R}{a}\right)^{2L} e^{-\frac{R^2}{a^2}} \mathcal{L}_N^{L, \frac{1}{2}} \left(\frac{R^2}{a^2}\right) \mathcal{L}_{N'}^{L, \frac{1}{2}} \left(\frac{R^2}{a^2}\right) F^i(R) dR, \quad A.2.2$$

$$G^b(n_S) = N(n, 0) (-)^n \int_0^\infty r^2 \mathcal{L}_n^{\frac{1}{2}} \left(\frac{r^2}{a^2}\right) e^{-\frac{r^2}{2a^2}} V_b^S(r) dr, \quad A.2.3$$

$$N(N, L) = \left[\frac{2N!}{A^3 \Gamma(N + \frac{1}{2})} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad A = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2} \omega \hbar m^{1/2}}, \quad \alpha = \sqrt{2} a, \quad N(n, 0) = \left[\frac{2n!}{\alpha^3 \Gamma(n + \frac{3}{2})} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad A.2.4$$

Die verallgemeinerten Laguerre-Polynome L_n^α sind in (Ab65) definiert. Mit den Stützstellen x_k , ($k=1(1)p$) und den Gewichten w_k einer p-Punkt Gauss-Laguerre-Integrationsformel, die für (A.2.2) am geeignetsten ist, kann (A.2.1) dann geschrieben werden als

$$\frac{1}{L} \langle n_1 n_2 (l_2 l_2) L \| \tilde{I}^S \| n_3 n_4 (l_3 l_4) L \rangle = \sum_{j=(1)p} \sum_{Q_b=1}^2 D_{ab}^S(Q_b) \sum_{k=1}^p w_k F^j(A \sqrt{x_k}) \chi_{n_1 l_1 l_2 L}^{n_1 n_2 (l_2 l_2) L}(x_k) \chi_{n_3 l_3 l_4 L}^{n_3 n_4 (l_3 l_4) L}(x_k) \quad A.2.5$$

mit

$$\chi_{n_S}^{n_1 n_2 (l_2 l_2) L}(x_k) = \sqrt{2\pi A^3} x_k^{\frac{L+1}{2}} \sum_{h=N}^L (-)^h \langle n_0 N L L | n_1 l_1 n_2 l_2 L \rangle N(N, L) \mathcal{L}_N^{L, \frac{1}{2}}(x_k) G^Q(n_S). \quad A.2.6$$

Zur Programmierung werden die $\chi_{qj}^{n_1 n_2 (l_1 l_2) L} (k_k)$ je einmal berechnet und abgespeichert, so daß zur Berechnung der Radialintegrale nur noch eine Summation über die p Stützstellen für die Gauss-Laguerre-Integration nötig ist. Für ^{208}Pb kommen z.B. 829 verschiedene Indizes $n_1 n_2 (l_1 l_2) L$ vor; diese werden im Programm auf die natürlichen Zahlen 1 (1) 829 abgebildet.

A.3. Formelsammlung für (3-j)-, (6-j)-, (9-j)-Symbole.

Hier werden Beziehungen der (3-j)-, (6-j)- und (9-j)-Symbole aufgeführt, die in Standardwerken wie (Ed64, ST63) nicht zu finden sind. Wenn ähnliche Beziehungen bereits anderswo angegeben wurden, wird dies durch einen entsprechenden Vermerk angedeutet. Definitionen und Phasenkonventionen richten sich nach (Ed64). Durch $(\begin{smallmatrix} j_1 & j_2 & j \\ \omega_1 & \omega_2 & \omega \end{smallmatrix})$ werden die Clebsch-Gordan-Koeffizienten bezeichnet, $\uparrow$ steht für $(2j+1)^{\frac{1}{2}}$, alle übrigen Bezeichnungen entsprechen denjenigen von (Ed64).

$$\left(\begin{smallmatrix} j_1 & j_2 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right) = \begin{cases} \frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \left[(j_1 + j_2 + j + 2)(j_1 + j_2 - j + 1) \right]^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} j_1 + \frac{1}{2} & j_2 + \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \text{für } (-)^{j_1 + j_2 + j} = -1 \\ \frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \left[\frac{(j_1 + j_2 + j + 3)(j_1 + j_2 - j + 1)(j_2 + j - j_1 + 1)}{(j_1 + j_2 + j + 2)} \right]^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} j_1 + \frac{1}{2} & j_2 + \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \text{für } (-)^{j_1 + j_2 + j} = 1. \end{cases} \quad \text{A.3.1}$$

$$\left(\begin{smallmatrix} l_1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix} \right) \left\{ \begin{smallmatrix} l_1 & l_2 \\ j_1 & j_2 & j \end{smallmatrix} \right\} = (-)^{j_2 + \frac{1}{2}} \frac{1}{2} [1 + (-)^{l_1 + l_2 + L}] \frac{1}{\hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{j}} \left(\begin{smallmatrix} j_1 & l_1 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right), \quad (\text{siehe auch BM69}). \quad \text{A.3.2}$$

$$\left(\begin{smallmatrix} l_2 & j_1 & l - \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right) \left\{ \begin{smallmatrix} l_2 & j_1 & l - \frac{1}{2} \\ l & \frac{1}{2} & j_2 \end{smallmatrix} \right\} = \frac{(-)^{j_2 - \frac{1}{2}}}{2 \hat{l}_2 \hat{j}_2 \hat{l}} \left\{ \frac{1}{L} [(j_2 + \frac{1}{2}) - (-)^{j_1 + l - j_2} (j_1 + \frac{1}{2})] - (-)^{l_2 + j_2 + \frac{1}{2}} \right\} \left(\begin{smallmatrix} j_1 & l \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right). \quad \text{A.3.3}$$

$$\left(\begin{smallmatrix} j_1 & l - 1 & j_2 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right) \left\{ \begin{smallmatrix} j_1 & l - 1 & j_2 \\ l & j_1 & 1 \end{smallmatrix} \right\} = \frac{(-)^{j_2 + \frac{1}{2}}}{\hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{l}} \left[\frac{1}{2} (2l - 1)(2j_1 + 1)(2j_2 + 1) \right]^{\frac{1}{2}} \left\{ [(j_2 + \frac{1}{2}) - (-)^{j_1 - j_2 + L} (j_1 + \frac{1}{2})]^2 - l^2 \right\} \left(\begin{smallmatrix} j_1 & l \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right). \quad \text{A.3.4}$$

Für $(-)^{l_1 + l_2 + L} = 1$ gilt die folgende Beziehung:

$$\left\{ \begin{smallmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L & S & J \end{smallmatrix} \right\} = \frac{\hat{j}}{\sqrt{2} \hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{L} \hat{S} \hat{J}} f_{12}(L, S, J) g_{12}(L, J) \quad \text{A.3.5}$$

mit

$$f_{12}(L, 0, J) = d_{LJ}, \quad f_{12}(J, 1, J) = -\frac{L - L_2}{\sqrt{J(J+1)}},$$

$$f_{12}(J - 1, 1, J) = -\frac{1}{2J+1} \sqrt{\frac{2J-1}{J}} (L_1 + L_2 - J), \quad f_{12}(J+1, 1, J) = -\frac{1}{2J+1} \sqrt{\frac{2J+3}{J+1}} (L_1 + L_2 + J+1), \quad \text{A.3.6}$$

wobei $\ell_i = \hat{f}_i^2 (\ell_i - g_i)$ abkürzt, und die Werte für g_{12} können aus der folgenden Tabelle ersehen werden.

Fallunterscheidungen			$g_{12}(L, J)$
$(-)^{J_1+J_2+J} = -1$	$J=L$	$J_1=l_1-\frac{1}{2}, J_2=l_2-\frac{1}{2}$	$\sqrt{(\ell_1+\ell_2+L+1)(\ell_1+\ell_2-L)}$
		$J_1=l_1+\frac{1}{2}, J_2=l_2+\frac{1}{2}$	$\sqrt{(\ell_1+\ell_2+L+2)(\ell_1+\ell_2-L+1)}$
	$J=L-1$	$J_1=l_1-\frac{1}{2}, J_2=l_2+\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{(\ell_1+\ell_2+L+1)(\ell_1+\ell_2-L+1)(\ell_1+\ell_2+L)}{(\ell_1-\ell_2+L-1)}}$
		$J_1=l_1+\frac{1}{2}, J_2=l_2-\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{(\ell_1+\ell_2+L+1)(\ell_1+\ell_2-L+1)(-\ell_1+\ell_2+L)}{(-\ell_1+\ell_2+L-1)}}$
	$J=L+1$	$J_1=l_1-\frac{1}{2}, J_2=l_2+\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{(\ell_1+\ell_2+L+2)(\ell_1+\ell_2-L)(-\ell_1+\ell_2+L+1)}{(-\ell_1+\ell_2+L+2)}}$
		$J_1=l_1+\frac{1}{2}, J_2=l_2-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{(\ell_1+\ell_2+L+2)(\ell_1+\ell_2-L)(\ell_1-\ell_2+L+1)}{(\ell_1-\ell_2+L+2)}}$
$(-)^{J_1+J_2+J} = +1$	$J=L$	$J_1=l_1+\frac{1}{2}, J_2=l_2-\frac{1}{2}$	$\sqrt{(\ell_1+\ell_2+L+1)(-\ell_1+\ell_2+L)}$
		$J_1=l_1-\frac{1}{2}, J_2=l_2+\frac{1}{2}$	$-\sqrt{(-\ell_1+\ell_2+L+1)(\ell_1-\ell_2+L)}$
	$J=L-1$	$J_1=l_1-\frac{1}{2}, J_2=l_2-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{(\ell_1+\ell_2+L+1)(\ell_1-\ell_2+L)(-\ell_1+\ell_2+L)}{(\ell_1+\ell_2+L)}}$
		$J_1=l_1+\frac{1}{2}, J_2=l_2+\frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{(\ell_1+\ell_2+L+1)(\ell_1-\ell_2+L)(-\ell_1+\ell_2+L)}{(\ell_1+\ell_2-L+2)}}$
	$J=L+1$	$J_1=l_1-\frac{1}{2}, J_2=l_2-\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{(\ell_1+\ell_2-L)(\ell_1-\ell_2+L+1)(-\ell_1+\ell_2+L+1)}{(\ell_1+\ell_2-L-1)}}$
		$J_1=l_1+\frac{1}{2}, J_2=l_2+\frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{(\ell_1+\ell_2+L+2)(\ell_1-\ell_2+L+1)(\ell_1+\ell_2+L+1)}{(\ell_1+\ell_2+L+3)}}$

Es folgen Beziehungen, die nicht im Programm verwendet werden.

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 \\ \frac{1}{2} & 1 - \frac{1}{2} \end{pmatrix} = (-)^{j_1-j_2+J} \frac{1}{\sqrt{J(J+1)}} \left[(j_2+\frac{1}{2}) - (-)^{j_1-j_2+J} (j_1+\frac{1}{2}) \right] \begin{pmatrix} j_1 & j_2 \\ \frac{1}{2} & 0 - \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \quad A.3.7$$

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 \\ \frac{3}{2} & -1 - \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \left[(j_1+\frac{3}{2})(j_1-\frac{1}{2}) \right]^{-\frac{1}{2}} \left\{ \frac{j_2+\frac{1}{2}}{\sqrt{J(J+1)}} \left[(j_2+\frac{1}{2}) - (-)^{j_1-j_2+J} (j_1+\frac{1}{2}) \right] - \sqrt{J(J+1)} \right\} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 \\ \frac{1}{2} & 0 - \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \quad A.3.8$$

$$\begin{Bmatrix} l_1^{\pm 1} & l_2^{\pm 1} & L \\ l_2 & l_1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} l_1^{\pm 1} & l_2^{\pm 1} & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \left[\hat{l}_1 \hat{l}_2 (\hat{l}_2^{\pm 1})(\hat{l}_2^{\pm 1}) \sqrt{(2l_1+1)(2l_2+1)} \right]^{-1} \times \\ \times \left\{ L(L+1) - l_1(l_1+1) - l_2(l_2+1) - (L)^2 \right\} 2(l_1^{\pm \frac{1}{2}} \pm \frac{1}{2})(l_2^{\pm \frac{1}{2}} \pm \frac{1}{2}) \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A.3.9$$

wobei hier alle Möglichkeiten von $l_1^{\pm 1}$, $l_2^{\pm 1}$ zugelassen sind.

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 \\ \frac{1}{2} & 0 - \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & J \\ \frac{1}{2} & j_2 & j_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2J(J+1)j_2} \left\{ (-)^{j_1-j_2+J} \left[j_2+\frac{1}{2} - (-)^{j_1-j_2+J} (j_1+\frac{1}{2}) \right] \left[j_1+\frac{1}{2} - (-)^{\frac{1}{2}-j_2+J} \right] - J(J+1) \right\} \times \\ \times \begin{pmatrix} j_1 & j_2 \\ \frac{1}{2} & 0 - \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad J \neq 0. \quad A.3.10$$

$$\begin{Bmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{(-)^{j_1+l_2-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2} \hat{L} \hat{S} \hat{l}_1 \hat{l}_2} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} f_{12}(L, S, J), \quad (\text{ESR65}), \quad A.3.11$$

$f_{12}(L, S, J)$ wird in A.3.6 definiert.

Die Beziehungen (A.3.6) - (A.3.10) werden zum Beispiel benötigt, wenn man den Spin-Bahn-Term der Skyrme-Kraft (Sk59) mit Hilfe von (A.3.11) auf einfachere Ausdrücke reduzieren will.

A.4. Zusammenstellung der Eingabedaten.

Alle Angaben erfolgen in den Einheiten Fermi und MeV.

Parameter der Fermiverteilung (7.3.3).

Kernradius $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$, $r_0 = 1.24$

$$a = 0.65$$

Parameter der Oszillatorbasis (A.2.4).

Oszillatorquant $\omega_{\text{osz}} = 41 A^{-\frac{1}{3}}$

Oszillatorlänge $a = (\omega \omega_{\text{osz}})^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{1.01209 A^{\frac{1}{3}}}$

Dichteinterpolation (7.3.4,ff).

Radius $R_c = 0$, $R_a = r_0 A^{\frac{1}{3}} + 0.153$

Energieargument der Wechselwirkung $Q_i = -35.0$, $Q_a = -23.0$

Parameter des Puffpotentials (6.1.1).

$$\lambda_0 = 3.64037 \quad \alpha_0 = 2.004 \quad \rho_0 = 0.45$$

$$\lambda_1 = 8.6949 \quad \alpha_1 = 2.453 \quad \rho_1 = 0.45$$

Renormierungskonstante.

$$z_{16_0} = 0.7778$$

$$z_{208_{\text{Pb}}} = 0.63836$$

Parameter der Surface Delta Interaction ((6.2.3) bzw. mit der Bezeichnungsweise von (LE66)).

$$V_0 = C = 1250 \quad , \quad 1 - \eta = f_1 = 0.865 \quad , \quad \eta = g_1 = 0.135 \quad ,$$

$$R = 1.204 A^{\frac{1}{3}} \quad .$$

Zur Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten der Saxon-Woods-Radialfunktionen nach den Oszillatorfunktionen wurde der Hamiltonoperator für das Saxon-Woods-Potential in einem Raum mit fünf Oszillatorzuständen diagonalisiert. Die Parameter des Saxon-Woods-Potentials wurden für jeden Zustand dabei solange variiert, bis die Energie des betreffenden Zustandes mit dem experimentellen Wert zusammenfiel.

Einteilchenenergien (2.5.7) ((Jo63), (NW72_b)).

^{16}O		
Zustand	ϵ_{Proton}	$\epsilon_{\text{Neutron}}$
$1s_{1/2}$	-	-
$1p_{3/2}$	-18.4	-21.74
$1p_{1/2}$	-12.1	-15.6
$1d_{5/2}$	- 0.6	- 4.15
$2s_{1/2}$	- 0.096	- 3.28
$1d_{3/2}$	4.1	0.93

^{208}Pb		
Zustand	ϵ_{Proton}	$\epsilon_{\text{Neutron}}$
$1f_{5/2}$	-18.86	-
$2p_{3/2}$	-16.66	-
$1p_{1/2}$	-15.84	-
$1g_{9/2}$	-15.27	-
$1g_{7/2}$	-11.51	-20.75
$2d_{5/2}$	- 9.70	-19.19
$2d_{3/2}$	- 8.38	-17.39
$3s_{1/2}$	- 8.03	-17.19
$1h_{11/2}$	- 9.37	-16.55
$1h_{9/2}$	- 3.80	-10.85
$2f_{7/2}$	- 2.91	- 9.72
$1i_{13/2}$	- 2.20	- 9.01
$3p_{3/2}$	- 0.69	- 8.27
$2f_{5/2}$	- 0.99	- 7.95
$3p_{1/2}$	- 0.17	- 7.38
$2g_{9/2}$	3.55	- 3.94
$1i_{11/2}$	3.93	- 3.16
$1j_{15/2}$	4.66	- 2.51
$3d_{5/2}$	6.21	- 2.37
$4s_{1/2}$	8.16	- 1.90
$2g_{7/2}$	6.74	- 1.44
$3d_{3/2}$	7.51	- 1.40
$2h_{11/2}$	-	3.67
$4p_{3/2}$	-	2.94
$3f_{7/2}$	-	3.82
$4p_{1/2}$	-	3.05
$3f_{5/2}$	-	4.07
$1k_{17/2}$	-	4.95
$1j_{13/2}$	-	4.97
$2h_{9/2}$	-	5.37

Abbildungsunterschriften.

- Abbildung 1. Vergleich der mit der renormierten Theorie (RNT), mit der "Surface Delta Interaction" (SDI) und von (BER75) errechneten Energieniveaux von ^{208}Pb mit den experimentellen Werten (NDS71). Die Fra-gezeichen über zwei experimentell gefundenen Zuständen sollen andeuten, daß deren Existenz nicht gesichert ist (NDS71).
- Abbildung 2. Vergleich der mit der renormierten Theorie (RNT), mit der "Surface Delta Interaction" (SDI) und von (BER75) errechneten Energieniveaux von ^{208}Bi mit den experimentellen Werten (NDS71). Das zweite 3^+ -Niveau hat für SDI einen Imaginärteil (siehe Tab.2).
- Abbildung 3. Vergleich der mit der renormierten Theorie (RNT), mit der "Surface Delta Interaction" (SDI) und von (BER75) errechneten Energieniveaux von ^{208}Tl mit den experimentellen Werten (NDS71).
- Abbildung 4. Vergleich der experimentell ermittelten Singulett-Streuphase der Nukleon-Nukleon-Streuung (BHL62) mit den durch das Tabakin-Potential (Ta64) und durch das Puff-Potential (Pu61) errechneten Kurven. Die zwei experimentellen Kurven geben zwei verschiedene beste Anpassungen von Kurven an die experimentellen Punkte.
- Abbildung 5. Vergleich der experimentell ermittelten Triplett-Streuphase der Nukleon-Nukleon-Streuung (BHL62) mit den durch das Tabakin-Potential (Ta64) und durch das Puff-Potential (Pu61) errechneten Kur-

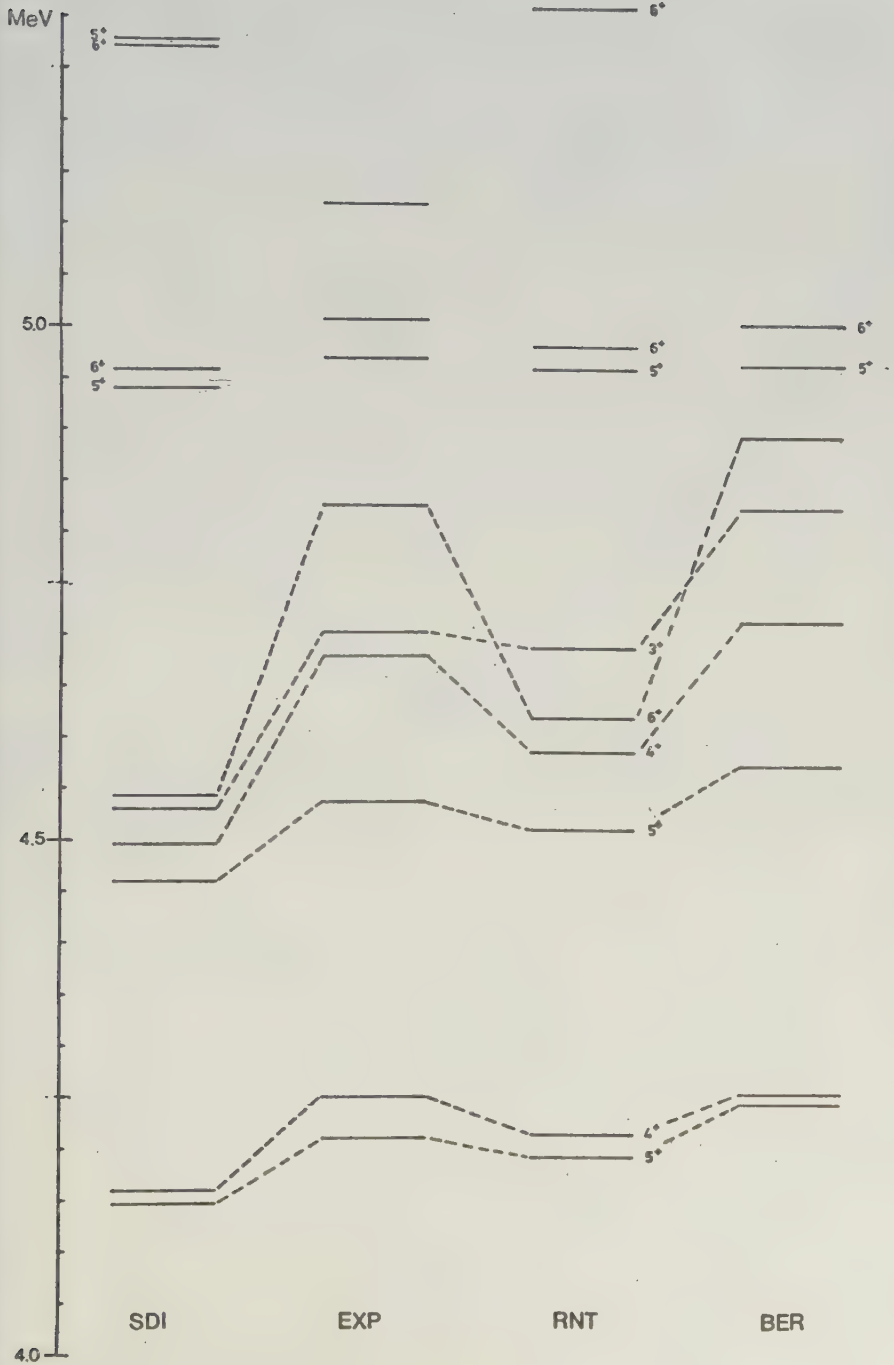
ven. Die zwei experimentellen Kurven geben zwei verschiedene beste Anpassungen von Kurven an die experimentellen Punkte.

Abbildung 6. Abhängigkeit der Energie der zwei kollektiven 3^- - und 2^+ -Zustände in ^{208}Pb von der Renormierungskonstanten z (RNT) beziehungsweise von der Stärke V_0 der "Surface Delta Interaction" (SDI). Die beiden horizontalen Linien geben die Lage der experimentellen Werte für die entsprechenden Energien an.

Abbildung 7. Abhängigkeit der Energie des kollektiven 2^+ -Zustandes von der Wahl der zweiten Interpolationsstützstelle R_2 und dem entsprechenden Wert des chemischen Potentials $2\mu_2$ (siehe 7.3). Die Rechnungen erfolgten hier im Konfigurationsraum von nur einer Schale über und unter der Fermikante. Der starke Abfall der Kurven bei $2\mu_2 \approx 2 \text{ MeV}$ ist eine Folge des Deuteronpols in der effektiven Wechselwirkung (siehe 3.1, 7.3). Die durchgezogene Kurve zeigt die Werte, wenn zwischen Stützstelle R_2 und Interpolationswert $2\mu_2$ ein Zusammenhang $\varrho(R_2) = \varrho_2 = \alpha \mu_2^{\frac{2}{3}}$ angenommen wird (siehe 7.3).

Abbildung 3

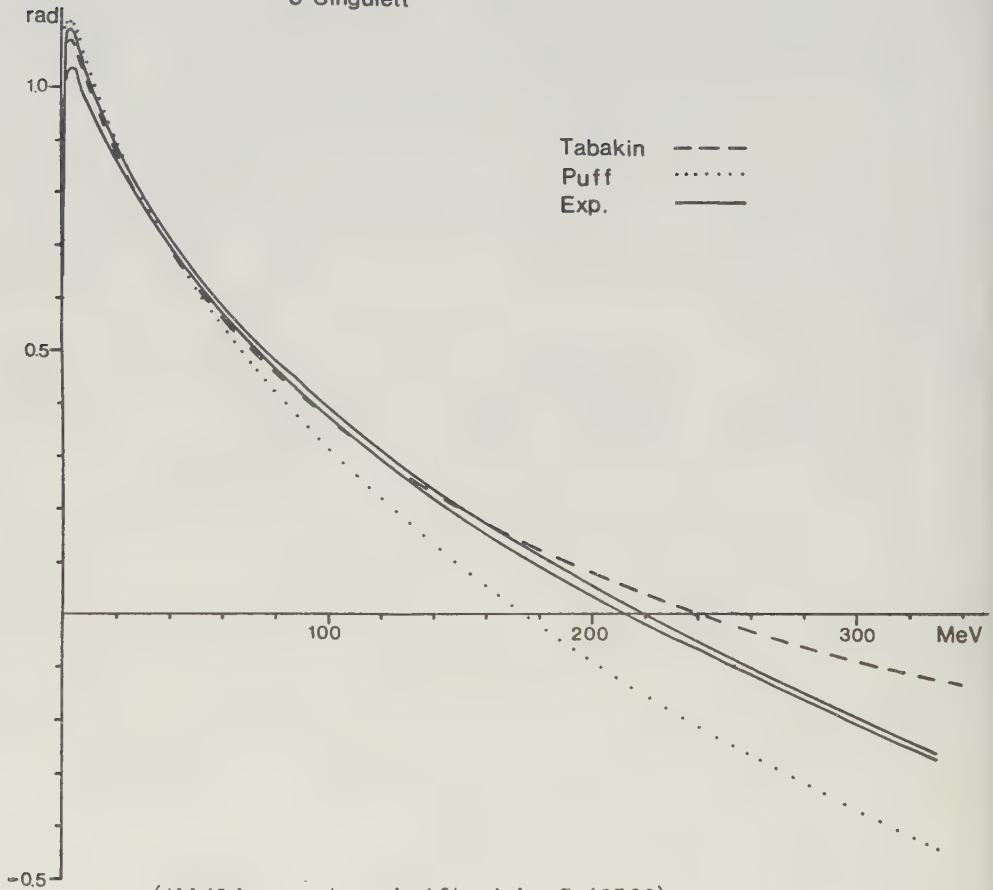
^{208}Tl



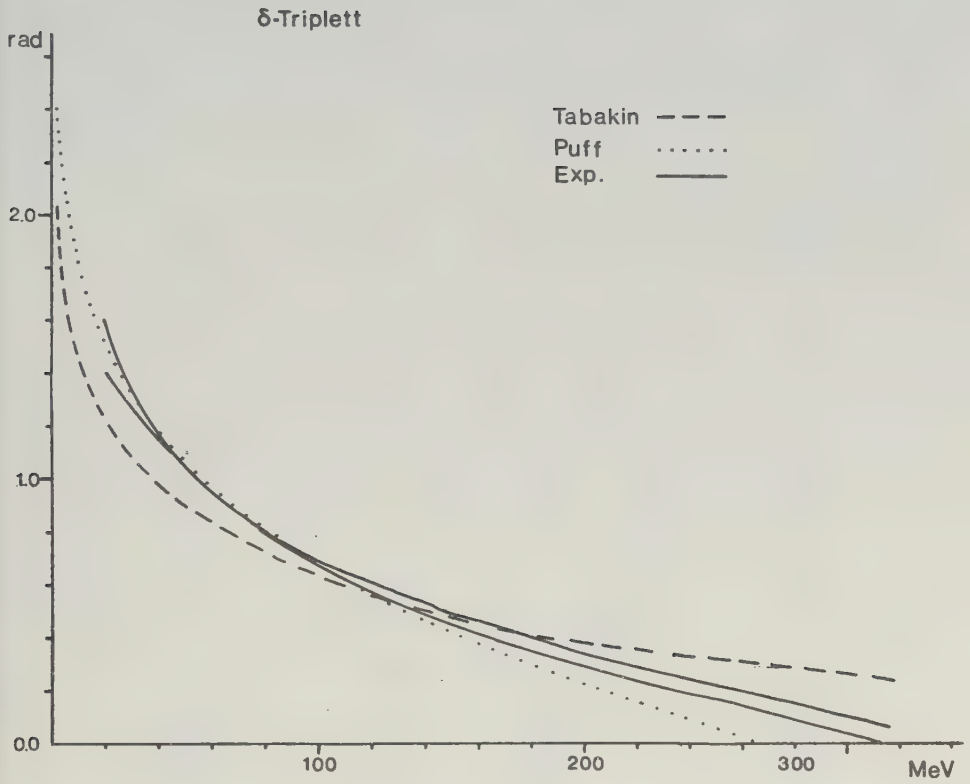
(Abbildungsunterschriften siehe S.105ff)

Abbildung 4

δ -Singulett

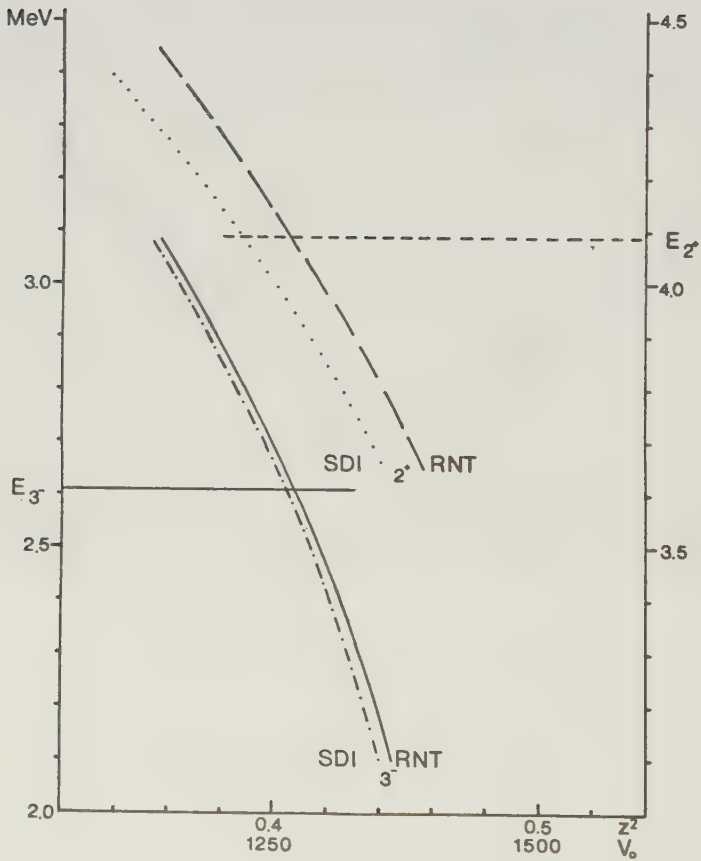


(Abbildungsunterschrift siehe S.105ff)



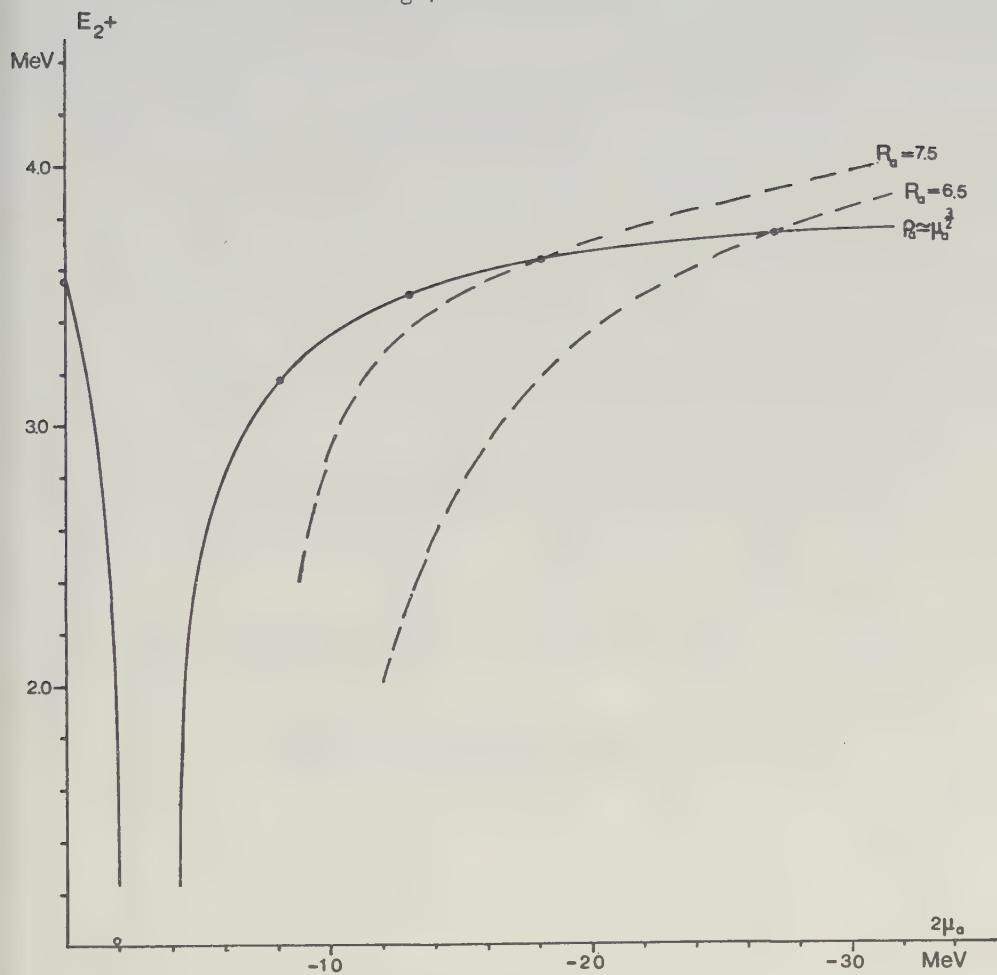
(Abbildungsunterschrift siehe S.105ff)

Abbildung 6



(Abbildungsunterschrift siehe S.105ff)

Abbildung 7



(Abbildungsunterschrift siehe S.105ff)

Tabelle 1. Anregungsenergien in ^{208}Pb .

Zustand	Energie [MeV]								
J ^π	EXP	RNT	SDI	RS74	BER75	TMP71	GG566	Wei71	
3 ⁻	2.6146	2.614	2.665	2.634	2.53	2.60	2.74	2.62	
5 ⁻	3.1977	3.243	3.124	3.395	3.37	3.35	3.12	3.25	
4 ⁻	3.4750	3.511	3.476	3.611	3.58	3.52	3.48	3.51	
5 ⁻	3.7085	3.739	3.695	3.825	3.83	3.73 [3.96]	3.50 [3.74]	3.56 [3.72]	
(6) ⁻	3.9202	4.026	4.020	4.090	4.07	3.99	3.95	4.02	
4 ⁻	---	4.065	4.037	4.208	4.17	4.11	3.99	3.91	
(4) ⁻	3.9609	4.295	4.260	4.364	4.34	4.06 [4.29]	4.07 [4.31]	4.07 [4.23]	
(7) ⁻	4.038	3.959	3.889	4.388	4.28	4.05*	---	---	
2 ⁺	4.086	4.087	4.008	4.490	4.45	3.64*	4.46	4.56	
(2 ⁻)	4.231	4.248	4.105	4.700	4.58	4.42*	4.21	4.28	
4 ⁺	4.323	4.708	4.506	4.691	4.69	4.95	4.83	4.93	
(6 ⁺)	4.425	4.877	4.677	4.776	4.78	4.94	---	---	
(8) ⁺	4.608	4.806	4.708	4.764	4.75	4.81	---	---	

Experimentelle Werte wurden aus (NDS71) entnommen.

* Wert wurde mit anderem Parametersatz errechnet.

[] Wert ohne Coulombkorrektur.

Eingeklammerte J ^{π} -Zuordnungen deuten experimentelle Unsicherheiten an.

Tabelle 2.

Anregungsenergien in ^{208}Bi .

Zustand	SM-Konfiguration	Energie [MeV]				
		SM	EXP	RNT	SDI	BER75
J^π	(p, n $^{-1}$)					WT72
5 $^+$	(1h $_{9/2}$, 3p $_{1/2}^{-1}$)	3.58	3.65	3.659	3.635	3.67
4 $^+$			3.7135	3.692	3.645	3.70
6 $^+$	(1h $_{9/2}$, 2f $_{5/2}^{-1}$)	4.15	4.163	4.192	4.171	4.19
4 $^+$			4.2528	4.265	4.202	4.25
5 $^+$			4.279	4.252	4.211	4.27
3 $^+$			4.2844	4.253	4.187	4.24
7 $^+$			4.3001	4.293	4.268	4.38
5 $^+$			4.537	4.519	4.500	4.53
2 $^+$			4.5756	4.554	4.313	4.53
3 $^+$	(2f $_{7/2}$, 3p $_{1/2}^{-1}$)	4.47	4.589	4.603	4.55 $\pm$.011	4.61
4 $^+$	(1h $_{9/2}$, 3p $_{3/2}^{-1}$)	4.47	4.61	4.582	4.525	4.59
4 $^+$	(2f $_{7/2}$, 3p $_{1/2}^{-1}$)	4.47	4.688	4.606	4.544	4.66
3 $^+$	(1h $_{9/2}$, 3p $_{3/2}^{-1}$)	4.47	4.72	4.660	---	4.67
6 $^+$			4.746	4.632	5.197	4.68
5 $^+$	(2f $_{7/2}$, 2f $_{5/2}^{-1}$)	5.04	[5.117]	5.100	5.059	5.12
3 $^+$			[5.184]	5.185	5.087	5.21
4 $^+$			[5.215]	5.212	5.120	5.33

Experimentelle Werte wurden aus (NDS71) entnommen.

Für eingeklammerte experimentelle Werte ist die J^π -Zuordnung nicht bekannt.

Tabelle 3.

Anregungsenergien in ^{208}Tl .

Zustand	SM-Konfiguration	Energie [MeV]				
		SM	EXP	RNT	SDI	BER75 MT72
J^π	(n, p^{-1})					
5^+	$(2g_{9/2}, 3s_{1/2}^{-1})$	4.09	4.21	4.191	4.148	4.24 4.29
4^+			4.25	4.213	4.16	4.25 4.29
5^+	$(2g_{9/2}, 2d_{3/2}^{-1})$	4.44	4.538	4.508	4.466	4.57 4.60
4^+			4.681	4.586	4.496	4.71 4.73
3^+			4.702	4.687	4.530	4.82 4.75
6^+			4.827	4.618	4.544	4.89 4.83
5^+	$(1i_{11/2}, 3s_{1/2}^{-1})$	4.87	[4.969]	4.959	4.94	4.96 4.99
6^+			[5.017]	4.982	4.958	5.00 5.01

Experimentelle Werte wurden aus (NDS71) entnommen.

Für eingeklammerte experimentelle Werte ist die J^π -Zuordnung nicht bekannt.

Tabelle 4. Anregungsenergien in ^{16}O .

Zustand		Energie [MeV]		
J^π	T	EXP	RNT	Wei71
0^-	(0)	10.94	12.32	12.45
	0		23.62	23.92
	(1)	12.78	13.95	13.69
	1		27.72	27.13
1^-			10.041	10.51
	0	7.12	9.85	10.57
	0	9.58	16.11	16.40
	(0)	12.43	17.37	17.51
	0		23.03	23.26
	1	13.1	14.19	13.81
	(1)	17.3	18.27	18.02
	1	20.	20.78	20.29
	1	22.	25.45	24.20
	1	25.	27.76	26.72
2^-	0	8.88	11.46	11.76
	0	12.52	15.46	15.25
	(0)	13.97	17.34	17.51
	(0)		18.69	18.83
	(0)		22.43	22.59
	1	12.96	13.48	13.16
	1		17.97	18.20
	(1)		19.45	19.30
	(1)		21.46	21.06
	(1)		24.22	23.90
3^-	0	6.14	6.14	6.1555
	0	11.62	15.91	16.07
	0		20.89	20.87
	1	13.26	13.47	13.45
	1		19.16	18.96
	1		25.40	25.32

Experimentelle Werte wurden aus (EL67, KSn68) entnommen.
 Ungefäher Isospin wird eingeklammert.

Tabelle 5. Anregungsenergien in ^{16}N .

Zustand	Energie MeV		
J^π	EXP	RNT	CF75
2^-	0.0	0.0	0.0
0^-	0.12	0.58	0.01
3^-	0.30	0.01	0.29
1^-	0.40	0.89	0.0
1^-	4.39	4.89	3.32
1^-	4.72		
2^-	4.97	4.61	4.44
2^-	5.05		
2^-	5.31		

Weitere Werte aus RNT ($E_{\text{RNT}}(2^-) - E_0(^{16}\text{O}) = 10.15 \text{ MeV}$).

0^-	10.73
0^-	24.64
1^-	11.04
1^-	15.04
1^-	17.69
1^-	22.26
1^-	24.66
2^-	10.15
2^-	14.76
2^-	16.26
2^-	18.30
2^-	21.11
3^-	10.16
3^-	15.92
3^-	22.53

Die experimentellen Werte wurden aus (CF75) entnommen.

Tabelle 6.

Anregungsenergien in ^{16}F .

Zustand		Energie	Zustand		Energie
J^π		EXP	J^π		RNT
OAT76 Andere*					
(1 ⁻)	(0 ⁻)	0.0	2 ⁻		0.0
(0 ⁻)	(1 ⁻)(2 ⁻)	0.19	3 ⁻		0.01
(≥ 2)	(2 ⁻)(1 ⁻)	0.425	0 ⁻		0.22
(≥ 2)	(3 ⁻)	0.725	1 ⁻		0.61
(1)	1 ⁺	3.775	2 ⁻		4.25
	(2 ⁺)	3.880	1 ⁻		4.57
(≥ 2)		4.375			
	1 ⁺	4.661			

Weitere Werte aus RNT ($E_{\text{RNT}}(2^-) - E_0(^{16}\text{O}) = 17.19 \text{ MeV}$).

0 ⁻	17.41
0 ⁻	31.16
1 ⁻	17.80
1 ⁻	21.76
1 ⁻	24.33
1 ⁻	29.24
1 ⁻	31.53
2 ⁻	17.19
2 ⁻	21.44
2 ⁻	22.92
2 ⁻	25.01
2 ⁻	27.66
3 ⁻	17.20
3 ⁻	22.81
3 ⁻	28.85

Die experimentellen Werte wurden aus (OAT76) entnommen.

*Andere J^π -Zuordnungen sind in (FW72, HHM66, FHO72, Ze71, FMB75) zu finden.

Tabelle 7. Übergangswahrscheinlichkeiten vom Grundzustand in ^{208}Pb , $B(0^+ \rightarrow 0^+)[e^2 \text{fm}^2]$.

	EXP	RNT		SDI	BER75
Strahlung	Zustand	$E[\text{MeV}]$	B	B_{HO}	$E[\text{MeV}]$ B
E3	3^-	2.615	$550 \cdot 10^3$	$413 \cdot 10^3$	2.665 $421 \cdot 10^3$ 2.53 $521 \cdot 10^3$
E5	5^-	3.198	$450 \cdot 10^6$	$337 \cdot 10^6$	3.124 $508 \cdot 10^6$ 3.37 $266 \cdot 10^6$
E2	2^+	4.086	3000	4288	4.008 4125 4.45 2730
E4	4^+	4.323	$1300 \cdot 10^4$	$913 \cdot 10^4$	4.506 $1259 \cdot 10^4$ 4.69 $700 \cdot 10^4$
E6	6^+	4.425	$230 \cdot 10^8$	$220 \cdot 10^8$	4.677 $350 \cdot 10^8$ 4.78 $196 \cdot 10^8$

Detaillierte experimentelle Werte und Literaturangaben.

$B(0^+ \rightarrow 3^-) \cdot 10^{-3}$ 540 ± 30 (HKW72), 600 ± 70 (GDH71), 800 ± 90 (ZP68), 580 (LBF73)
 $B(0^+ \rightarrow 2^+)$ 2950 (ZP68), 2960 ± 190 (KAB66), 2400 (LBF73)
 $B(0^+ \rightarrow 5^-) \cdot 10^{-6}$ 460 ± 55 (ZP68), 550 ± 180 (KAB66)
 $B(0^+ \rightarrow 4^+) \cdot 10^{-4}$ 1300 (ZP68), 1000 (LBF73)
 $B(0^+ \rightarrow 6^+) \cdot 10^{-8}$ 230 (LBF73)

Tabelle 8. E2-Übergänge in den ug-Kernen. $B(j_i \rightarrow j_f, L=2, \pi=+1) [e^2 \text{fm}^4]$.

Kern	Übergang	EXP	RNT _{SW}	RNT _{HO}	SDI	BER75	SM	REF
²⁰⁹ Bi	$2f_{7/2} \rightarrow 1h_{9/2}$	30 ± 3	23.7	41.8	39.7	14.6	6.8	HKW72
		23 ± 7						HFS69
		34 ± 2						KKG73
		$17.5 \pm 2_3$						BP69
	$2f_{5/2} \rightarrow 1h_{9/2}$	480 ± 170	1116.6	1737.5	1671.5	560	149.7	BLPF70, HKW72
		900 ± 600						HKW72
		500 ± 1000						HKW72b
		500 ± 200						
²⁰⁷ Tl	$2d_{3/2} \rightarrow 3s_{1/2}$	280 ± 40	324.3	459.8	371.6	171	80.0	CC64, KVZ71
²⁰⁹ Pb	$3d_{5/2} \rightarrow 2g_{9/2}$	185 ± 45	177.9	231.6	199.4	147	0.0	HKW72
	$4s_{1/2} \rightarrow 3d_{5/2}$	156 ± 8	197.0	248.7	156.3	122	0.0	S65
²⁰⁷ Pb	$2f_{5/2} \rightarrow 3p_{1/2}$	71 ± 3	111.9	143.5	150.4	83	0.0	HKW72, GDH71 C69, KAB66
	$3p_{3/2} \rightarrow 3p_{1/2}$	62 ± 3	122.3	154.5	142.1	84	0.0	HKW72, GDH71

Tabelle 9. E3-Übergänge in den ug-Kernen. $B(j_i \rightarrow j_f, L=3, \pi=-1) [e^2 \text{fm}^6] \cdot 10^3$

Kern	Übergang	EXP	RNT _{SW}	RNT _{HO}	SDI	BER75	SM	REF
²⁰⁹ Bi	$1j_{13/2} \rightarrow 1h_{9/2}$	9.45 17 $\pm$ 6	5.1	8.4	—	8.6	0.5	BLPP70 HFS69
²⁰⁹ Pb	$1j_{15/2} \rightarrow 2g_{9/2}$	67.0	16.8	28.4	—	78.1	0.0	SA71

Tabelle 10. Quadrupolmomente in den ug-Kernen. $Q [e \cdot \text{barn}]$.

Kern	Zustand	EXP	RNT _{SW}	RNT _{HO}	SDI	BER75	SM	REF
²⁰⁹ Bi	$1h_{9/2}$	-0.379	-0.579	-0.663	-0.535	-0.391	-0.283	KKG73, SA71
²⁰⁹ Pb	$2g_{9/2}$	-0.29 $\pm$.03	-0.273	-0.306	-0.286	-0.250	0.0	EBEC71

Tabelle 11. M1-Übergänge in den ug-Kernen. $B(j_i \rightarrow j_f, L=1, \pi=+1) [\mu_n^2]$

Kern	Übergang	EXP	RNT _{SW}	RNT _{HO}	SDI	BER75	SM	REF
²⁰⁹ Bi	$2f_{7/2} \rightarrow 1h_{9/2}$	$0.57 \cdot 10^{-3}$	$2.7 \cdot 10^{-3}$	$3.2 \cdot 10^{-3}$	$3.1 \cdot 10^{-3}$	$4.6 \cdot 10^{-3}$	0.0	K70
		$(2.125 \pm 1.25) \cdot 10^{-3}$						KKG73
		$(4.4 \pm 0.7) \cdot 10^{-3}$						HOWW73
		$(4.3 \pm 0.7) \cdot 10^{-3}$						AH73
²⁰⁷ Tl	$2f_{5/2} \rightarrow 2f_{7/2}$	0.76 ± 0.15	2.0	2.0	2.2	0.72	2.9	AH73
	$2d_{3/2} \rightarrow 3s_{1/2}$	$(23 \pm 6) \cdot 10^{-3}$	$3.6 \cdot 10^{-3}$	$3.8 \cdot 10^{-3}$	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$7.0 \cdot 10^{-3}$	0.0	KD70, SA71
		$1.06 \cdot 10^{-3}$						GK64
²⁰⁹ Pb	$1i_{11/2} \rightarrow 2g_{9/2}$	$(9.9 \pm 1.1) \cdot 10^{-3}$	$0.7 \cdot 10^{-3}$	$0.9 \cdot 10^{-3}$	$3.0 \cdot 10^{-3}$	$8.9 \cdot 10^{-3}$	0.0	HOWW73
²⁰⁷ Pb	$3p_{3/2} \rightarrow 3p_{1/2}$	0.37 ± 0.09	0.9	0.9	0.9	0.26	1.2	KEGH70
		0.41 ± 0.07						AH73
	$2f_{7/2} \rightarrow 2f_{5/2}$	0.49	1.0	1.1	1.1	0.29	1.5	K70
		0.49 ± 0.16						AH73
	$3p_{3/2} \rightarrow 2f_{5/2}$	$(49 \pm 14) \cdot 10^{-3}$	$3.6 \cdot 10^{-3}$	$3.8 \cdot 10^{-3}$	$3.8 \cdot 10^{-3}$	$37 \cdot 10^{-3}$	0.0	HFO74

Tabelle 12. M2-Übergänge in den ug-Kernen. $B(j_i \rightarrow j_f, L=2, \pi=-1) [\mu_N^2 \text{fm}^2]$.

Kern	Übergang	EXP	RNT _{SW}	RNT _{HO}	SDI	BER75	SM	REF
^{209}Pb	$1j_{15/2} \rightarrow 1i_{11/2}$	33 ± 5	149.3	187.7	-	34	339.0	SA71, BKR73

Tabelle 13. M4-Übergänge in den ug-Kernen. $B(j_i \rightarrow j_f, L=4, \pi=-1) [\mu_N^2 \text{fm}^6] \cdot 10^6$.

Kern	Übergang	EXP	RNT _{SW}	RNT _{HO}	SDI	BER75	SM	REF
^{207}Tl	$1h_{11/2} \rightarrow 2d_{3/2}$	0.305 ± 0.025	0.7	1.3	-	0.3	2.2	SA71, BKR73
^{207}Pb	$1i_{13/2} \rightarrow 2f_{5/2}$	0.245 ± 0.08 0.27	0.4	1.1	-	0.2	2.0	BKR73 SA71

Tabelle 14. Dipolmomente in den ug-Kernen. μ [μ_N]

Kern	Zustand	EXP	RNT _{SW}	RNT _{HO}	SDI	BER75	SM	REF
209Bi	1h _{9/2}	4.08	2.89	2.88	2.72	4.04	2.62	GJKS64, SA71
	1i _{13/2}	8.07	8.51	8.50	8.60	8.43	8.79	YNN70
209Pb	2g _{9/2}	-1.33 $\pm$ 0.06	-1.74	-1.74	-1.75	-1.22	-1.91	BFF72, BKR73
207Pb	3p _{1/2}	0.59	0.63	0.63	0.64	0.59	0.64	GJKS64, SA71
	2f _{5/2}	0.79 $\pm$ 0.03	1.23	1.23	1.27	0.85	1.36	ST72
		0.84 $\pm$ 0.12						BM62
		0.65 $\pm$ 0.05						HKW72b
207Tl	3p _{3/2}	-1.09 $\pm$ 0.11	-1.70	-1.71	-1.73	-1.11	-1.91	NHB72
	1i _{13/2}	-1.0 $\pm$ 0.03	-1.65	-1.65	-1.72	-1.11	-1.91	NHB72
	3s _{1/2}	1.83 $\pm$ 0.18	2.48	2.49	2.59	---	2.80	DHH75

Tabelle 15. Oktupolmomente in den ug-Kernen. $\mathcal{O}[\mu, \text{barn}]$.

Kern	Zustand	EXP	RNT _{SW}	RNT _{HO}	SDI	BER75	SM	REF
^{209}Bi	$1h_{9/2}$	-0.43	-0.29	-0.34	—	-0.57	-0.16	HB70
		-0.55						LL70, SA71

Tabelle 16. Die Abhängigkeit der E2-Übergänge und Quadrupolmomente von der Anregungsenergie des 2^+ -Phonons.

E2-Übergänge [$e^2 \text{fm}^4$]	Kern	Übergang	EXP($E_2^+ = 4.09$)	$RNT_{HO}(E_2^+ = 4.09)$	$RNT_{HO}(E_2^+ = 4.42)$
	^{208}Pb	$0^+ \rightarrow 2^+$	2400-3000	4288	2389
	^{209}Bi	$2f_{7/2} \rightarrow 1h_{9/2}$	$34^{\pm 2}$	41.8	25.4
		$2f_{5/2} \rightarrow 1h_{9/2}$	$480^{\pm 170}$	1737.5	807.0
		$3p_{3/2} \rightarrow 2f_{7/2}$	$900^{\pm 600}$	1466.7	852.0
	^{207}Tl	$3d_{3/2} \rightarrow 3s_{1/2}$	$280^{\pm 40}$	459.8	282.8
	^{209}Pb	$3d_{5/2} \rightarrow 2g_{9/2}$	$185^{\pm 45}$	231.6	102.5
		$4s_{1/2} \rightarrow 3d_{5/2}$	$156^{\pm 8}$	248.7	115.3
	^{207}Pb	$2f_{5/2} \rightarrow 3p_{1/2}$	$71^{\pm 3}$	143.5	66.7
		$3p_{3/2} \rightarrow 3p_{1/2}$	$62^{\pm 3}$	154.5	70.8
Momente [$e \cdot \text{barn}$]	Kern	Zustand	EXP($E_2^+ = 4.09$)	$RNT_{HO}(E_2^+ = 4.09)$	$RNT_{HO}(E_2^+ = 4.42)$
	^{209}Bi	$1h_{9/2}$	-0.379	-0.663	-0.524
	^{209}Pb	$2g_{9/2}$	$-0.29^{\pm 0.033}$	-0.306	-0.209

Tabelle 17. Mesonenkorrektur zu M1-Übergängen und Dipolmomenten.

M1-Übergänge [μ_N]	Kern	Übergang	EXP	RNT_{Mes}	RNT_{HO}
^{209}Bi		$2f_{7/2} \rightarrow 1h_{9/2}$	$(4.4 \pm 0.7) \cdot 10^{-3}$	$2.6 \cdot 10^{-3}$	$3.2 \cdot 10^{-3}$
		$2f_{5/2} \rightarrow 2f_{7/2}$	0.76 ± 0.15	1.65	2.0
^{207}Tl		$2d_{3/2} \rightarrow 3s_{1/2}$	$(23 \pm 6) \cdot 10^{-3}$	$3.0 \cdot 10^{-3}$	$3.8 \cdot 10^{-3}$
^{209}Pb		$1i_{11/2} \rightarrow 2g_{9/2}$	$(9.9 \pm 1.1) \cdot 10^{-3}$	$0.69 \cdot 10^{-3}$	$0.9 \cdot 10^{-3}$
^{207}Pb		$3p_{3/2} \rightarrow 3p_{1/2}$	0.41 ± 0.07	0.68	0.9
		$2f_{7/2} \rightarrow 2f_{5/2}$	0.49 ± 0.16	0.82	1.1
		$3p_{3/2} \rightarrow 2f_{5/2}$	$(49 \pm 14) \cdot 10^{-3}$	$2.9 \cdot 10^{-3}$	$3.8 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 17 (Fortsetzung). Mesonenkorrektur zu M1-Übergängen und Dipolmomenten.

Dipolmomente [μ_N]	Kern	Zustand	EXP	RNT_{Mes}	RNT_{HO}
^{209}Bi		$1h_{9/2}$	4.08	3.49	2.88
		$1i_{13/2}$	8.00 ± 0.13	8.96	8.50
^{209}Pb		$2g_{9/2}$	-1.33 ± 0.06	-1.99	-1.74
^{207}Pb		$3p_{1/2}$	0.59	0.51	0.63
		$2f_{5/2}$	0.79 ± 0.03	0.84	1.23
		$3p_{3/2}$	-1.09 ± 0.11	-1.67	-1.71
		$1i_{13/2}$	-1.0 ± 0.03	-2.11	-1.65
^{207}Tl		$3s_{1/2}$	1.83 ± 0.18	2.35	2.49

Tabelle 18. Programmanforderungen auf der IBM 360/91.

Rechenzeit T in Sekunden ohne Übersetzungszeit*.

$$T = T_{\text{RPA}} + T_{\text{Moment}}.$$

$$T_{\text{RPA}} = \frac{\tau_{\text{ME}}}{2} N_{\text{ph}} \left(\frac{1}{2} N_{\text{ph}} + 1 \right) + 0.43 \cdot 10^{-3} \left(\frac{1}{2} N_{\text{ph}} \right)^3 + T_{\text{In}},$$

$$T_{\text{Moment}} = \tau_{\text{ME}} \cdot N_{\text{ph}} \cdot (N_{\text{pp}} + N_{\text{hh}}) + T_{\text{In}},$$

N_{ph} Anzahl der Teilchen-Loch-Zustände,
 N_{pp} Anzahl der Teilchen-Teilchen-Zustände,
 N_{hh} Anzahl der Loch-Loch-Zustände,
 τ_{ME} Rechenzeit pro Matrixelement,
 T_{In} Initiierungszeit.

$$\tau_{\text{ME}} = \begin{cases} 0.015 \text{ sek Puffische Wechselwirkung, neue Version.} \\ 0.0053 \text{ sek effektive Deltakräfte.} \end{cases}$$

$$T_{\text{In}} = \begin{cases} 18 \text{ sek Puffische Wechselwirkung.} \\ 2 \text{ sek effektive Deltakräfte.} \end{cases}$$

Der zu $(N_{\text{ph}})^3$ proportionale Term stellt die Rechenzeit für alle Eigenvektoren der RPA-Matrix der Dimension $N_{\text{ph}} \times N_{\text{ph}}$ dar.

Der Kernspeicherbedarf C in KB (Kilobytes) ergibt sich ungefähr zu

$$C = 0.01 N_{\text{ph}}^2 + 0.056 N_{\text{ph}} + C_{\text{p}},$$

mit dem Programmbedarf

$$C_{\text{p}} = \begin{cases} 300 \text{ KB Puffische Wechselwirkung.} \\ 132 \text{ KB effektive Deltakräfte.} \end{cases}$$

* Für die Puffische Wechselwirkung beziehen sich diese Angaben auf die Rechnung in der Oszillatorbasis. Die Zeiten in der Saxon-Woods-Basis dürften um einen Faktor 25 höher liegen. Bei den effektiven Kräften fällt die Art der Basis nicht ins Gewicht, sie äußert sich nur in einer etwas größeren Initiierungszeit.

E2 UEBERGANGSWAHRSCHEINLICHKEITEN UND MOMENTE IN DEN A=208, Z=82, N=126 NACHEARKERNEN

T3(PROTON)=+1/2, T3(NEUTRON)=-1/2

SEM=REDUZIERTES MATRIXELEMENT IM EINEILCHENMODELL

SEM UND KORREKTUR DAZU SIND IN EINHEITEN SQRT(MEV*FERMI** 5)

UEBERGAENGE IM (A+1)-KERN

N	L	J	T3	->	N	L	J	T3	SEM	KORREKTUR
3	P	1/2	1/2		3	P	3/2	1/2	-0.2637E 02	-0.2606E 02
3	P	3/2	1/2		3	P	3/2	1/2	0.2637E 02	0.2582E 02
3	P	1/2	1/2		2	F	5/2	1/2	0.2981E 02	0.3235E 02
3	P	3/2	1/2		2	F	5/2	1/2	0.1554E 02	0.1688E 02
3	P	3/2	1/2		2	F	7/2	1/2	0.3904E 02	0.5287E 02
2	F	5/2	1/2		2	F	5/2	1/2	0.3453E 02	0.3871E 02
2	F	5/2	1/2		2	F	7/2	1/2	-0.1417E 02	-0.1856E 02
2	F	7/2	1/2		2	F	7/2	1/2	0.4069E 02	0.4559E 02
2	F	5/2	1/2		1	H	9/2	1/2	0.3596E 02	0.8656E 02
2	F	7/2	1/2		1	H	9/2	1/2	0.9853E 01	0.1309E 02
1	H	9/2	1/2		1	H	9/2	1/2	0.4591E 02	0.6156E 02
1	I	13/2	1/2		1	I	13/2	1/2	0.6316E 02	0.7435E 02
3	D	3/2	-1/2		4	S	1/2	-1/2	0.0	-0.2180E 02
4	S	1/2	-1/2		3	D	5/2	-1/2	0.0	0.2676E 02
3	D	3/2	-1/2		3	D	3/2	-1/2	0.0	0.2332E 02
3	D	3/2	-1/2		3	D	5/2	-1/2	0.0	-0.1566E 02
3	D	5/2	-1/2		3	D	5/2	-1/2	0.0	0.3059E 02
3	D	3/2	-1/2		2	G	7/2	-1/2	0.0	0.3382E 02
2	G	7/2	-1/2		3	D	5/2	-1/2	0.0	-0.1145E 02
3	D	5/2	-1/2		2	G	9/2	-1/2	0.0	0.4473E 02
2	G	7/2	-1/2		2	G	7/2	-1/2	0.0	0.4376E 02
2	G	7/2	-1/2		2	G	9/2	-1/2	0.0	-0.1663E 02
2	G	9/2	-1/2		2	G	9/2	-1/2	0.0	0.4552E 02
2	G	7/2	-1/2		1	I	11/2	-1/2	0.0	0.5763E 02
1	I	11/2	-1/2		2	G	9/2	-1/2	0.0	-0.9692E 01
1	I	11/2	-1/2		1	I	11/2	-1/2	0.0	0.8448E 02
1	J	15/2	-1/2		1	J	15/2	-1/2	0.0	0.9034E 02

UEBERGAENGE IM (A-1)-KERN

N	L	J	T3	->	N	L	J	T3	SEM	KORREKTUR
2	D	3/2	1/2		3	S	1/2	1/2	0.2147E 02	0.2999E 02
2	D	5/2	1/2		3	S	1/2	1/2	0.2629E 02	0.4102E 02
2	D	3/2	1/2		2	D	3/2	1/2	0.2231E 02	0.3176E 02
2	D	5/2	1/2		2	D	3/2	1/2	-0.1461E 02	-0.2242E 02
2	D	5/2	1/2		2	D	5/2	1/2	0.2922E 02	0.4154E 02
1	G	7/2	1/2		2	D	3/2	1/2	0.2763E 02	0.8025E 02
1	G	7/2	1/2		2	D	5/2	1/2	0.9201E 01	0.1690E 02
1	G	7/2	1/2		1	G	7/2	1/2	0.3443E 02	0.5048E 02
1	H	11/2	1/2		1	H	11/2	1/2	0.5053E 02	0.6832E 02
3	P	3/2	-1/2		3	P	1/2	-1/2	0.0	-0.2983E 02
3	P	3/2	-1/2		3	P	3/2	-1/2	0.0	0.2895E 02
2	F	5/2	-1/2		3	P	1/2	-1/2	0.0	0.3521E 02
3	P	3/2	-1/2		2	F	5/2	-1/2	0.0	-0.1897E 02
2	F	7/2	-1/2		3	P	3/2	-1/2	0.0	0.4876E 02
2	F	5/2	-1/2		2	F	5/2	-1/2	0.0	0.4482E 02
2	F	7/2	-1/2		2	F	5/2	-1/2	0.0	-0.2082E 02
2	F	7/2	-1/2		2	F	7/2	-1/2	0.0	0.5292E 02
1	H	9/2	-1/2		2	F	5/2	-1/2	0.0	0.8501E 02
1	H	9/2	-1/2		2	F	7/2	-1/2	0.0	0.1462E 02
1	H	9/2	-1/2		1	H	9/2	-1/2	0.0	0.7833E 02
1	I	13/2	-1/2		1	I	13/2	-1/2	0.0	0.9207E 02

(Die Angaben beziehen sich auf die RNT in Oszillatorbasis)

E3 UEBERGANGSWAHRSCHHEINLICHKEITEN UND MOMENTE IN DER A=208, Z=82, N=126 NACHBARKERNEN

T3(PROTON)=+1/2, T3(NEUTRON)=-1/2

SEM=REDUZIERTES MATRIXELEMENT IM EINTEILCHENMODELL

SEM UND KORREKTUR DAZU SIND IN EINHEITEN: SQRT(MEV*FERMI** 7)

UEBERGAENGE IM (A+1)-KERN

N	L	J	T3	->	N	L	J	T3	SEM	KORREKTUR
1	I	13/2	1/2		2	F	7/2	1/2	0.4258E 03	0.6764E 03
1	I	13/2	1/2		1	H	9/2	1/2	0.1015E 03	0.3112E 03
1	J	15/2	-1/2		2	G	9/2	-1/2	0.0	0.8092E 03
1	J	15/2	-1/2		1	I	11/2	-1/2	0.0	0.1977E 03

UEBERGAENGE IM (A-1)-KERN

N	L	J	T3	->	N	L	J	T3	SEM	KORREKTUR
2	D	5/2	1/2		1	H	11/2	1/2	0.3160E 03	0.5924E 03
1	G	7/2	1/2		1	H	11/2	1/2	0.8953E 02	0.5505E 03
2	F	7/2	-1/2		1	I	13/2	-1/2	0.0	0.7295E 03
1	H	9/2	-1/2		1	I	13/2	-1/2	0.0	0.3825E 03

(Die Angaben beziehen sich auf die RNT in Oszillatorbasis)

M1 UEBERGANGSWAHRSCHHEINLICHKEITEN UND MOMENTE IN DEN A=208, Z=82, N=126 NACHBARKERNEN

T3(PROTON)=+1/2, T3(NEUTRON)=-1/2

SEM=REDUZIERTES MATRIKIELEMENT IM EINTEILCHENMODELL

SEM UND KORREKTUR DAZU SIND IN EINHEITEN SQRT(MEV*FERMI** 3)

UEBERGANGENGE IM (A+1)-KERN

N L	J	T3	->	N L	J	T3	SEM	KORREKTUR
3 P	1/2	1/2		3 P	1/2	1/2	-0.4002E-01	0.1118E-02
3 P	1/2	1/2		3 P	3/2	1/2	0.3267E 00	-0.3937E-C1
3 P	3/2	1/2		3 P	3/2	1/2	0.6041E 00	-0.3507E-C1
3 P	3/2	1/2		2 F	5/2	1/2	0.0	0.1586E-C1
2 F	5/2	1/2		2 F	5/2	1/2	0.1538E 00	0.2359E-C1
2 F	5/2	1/2		2 F	7/2	1/2	0.5240E 00	-0.8540E-01
2 F	7/2	1/2		2 F	7/2	1/2	0.1146E C1	-0.4682E-C1
2 F	7/2	1/2		1 H	9/2	1/2	0.0	0.2031E-C1
1 H	9/2	1/2		1 H	9/2	1/2	0.5652E 00	0.5675E-01
1 I	13/2	1/2		1 I	13/2	1/2	0.2179E 01	-0.7331E-C1
4 S	1/2	-1/2		4 S	1/2	-1/2	-0.2892E C0	0.2707E-C1
3 D	3/2	-1/2		4 S	1/2	-1/2	0.0	0.8858E-C2
3 D	3/2	-1/2		3 D	3/2	-1/2	0.1829E 00	-0.1117E-01
3 D	3/2	-1/2		3 D	5/2	-1/2	-0.3658E 00	0.4318E-01
3 D	5/2	-1/2		3 D	5/2	-1/2	-0.3422E 00	0.2825E-01
2 G	7/2	-1/2		3 D	5/2	-1/2	0.0	0.1412E-C1
2 G	7/2	-1/2		2 G	7/2	-1/2	0.2945E 00	-0.2808E-01
2 G	7/2	-1/2		2 G	9/2	-1/2	-0.4978E 00	0.6830E-01
2 G	9/2	-1/2		2 G	9/2	-1/2	-0.4127E 00	0.3715E-01
1 I	11/2	-1/2		2 G	9/2	-1/2	0.0	0.1293E-01
1 I	11/2	-1/2		1 I	11/2	-1/2	0.3762E 00	-0.5934E-01
1 J	15/2	-1/2		1 J	15/2	-1/2	-0.5027E 00	0.5944E-01

UEBERGANGENGE IM (A-1)-KERN

N L	J	T3	->	N L	J	T3	SEM	KORREKTUR
3 S	1/2	1/2		3 S	1/2	1/2	0.4221E 00	-0.4632E-01
2 D	3/2	1/2		3 S	1/2	1/2	0.0	0.1548E-01
2 D	3/2	1/2		2 D	3/2	1/2	0.1558E-01	0.1781E-C1
2 D	5/2	1/2		2 D	3/2	1/2	0.4384E 00	-0.7351E-C1
2 D	5/2	1/2		2 D	5/2	1/2	0.8568E 00	-0.5183E-01
1 G	7/2	1/2		2 D	5/2	1/2	0.0	0.2705E-01
1 G	7/2	1/2		1 G	7/2	1/2	0.3391E 00	0.4956E-C1
1 H	11/2	1/2		1 H	11/2	1/2	0.1810E 01	-0.7978E-C1
3 P	1/2	-1/2		3 P	1/2	-1/2	0.9639E-01	-0.1433E-02
3 P	3/2	-1/2		3 P	1/2	-1/2	-0.2726E 00	0.3777E-01
3 P	3/2	-1/2		3 P	3/2	-1/2	-0.3048E 00	0.3302E-C1
3 P	3/2	-1/2		2 F	5/2	-1/2	0.0	0.1530E-C1
2 F	5/2	-1/2		2 F	5/2	-1/2	0.2444E 00	-0.2455E-01
2 F	7/2	-1/2		2 F	5/2	-1/2	-0.4372E 00	0.7150E-G1
2 F	7/2	-1/2		2 F	7/2	-1/2	-0.3786E 00	0.4161E-01
1 H	9/2	-1/2		2 F	7/2	-1/2	0.0	-0.2007E-C1
1 H	9/2	-1/2		1 H	9/2	-1/2	0.3377E 00	-0.5809E-01
1 I	13/2	-1/2		1 I	13/2	-1/2	-0.4745E 00	0.6603E-01

(Die Angaben beziehen sich auf die RNT in Oszillatorbasis)

M2 UEBERGANGSWAERSCHEINLICHKEITEN UND MOMENTE IN DEN A=208, Z=82, N=126 NACHBARKERNEN

T3(PROTON)=+1/2, T3(NEUTRON)=-1/2

SEM=REDUZIERTES MATRIXELEMENT IM EITEILCHENMODELL

SEM UND KORREKTUR DAZU SIND IN EINHEITEN SQRT(MEV*FERMI** 5)

UEBERGAENGE IM (A+1)-KERN

N	L	J	T3	->	N	L	J	T3	SEM	KORREKTUR
1	I	13/2	1/2		1	H	9/2	1/2	-0.1027E 02	0.2848E 01
1	J	15/2	-1/2		1	I	11/2	-1/2	0.9253E 01	-0.2379E 01

UEBERGAENGE IM (A-1)-KERN

N	L	J	T3	->	N	L	J	T3	SEM	KORREKTUR
1	G	7/2	1/2		1	H	11/2	1/2	-0.858CE 01	0.2477E 01
1	H	9/2	-1/2		1	I	13/2	-1/2	0.7987E 01	-0.2161E 01

(Die Angaben beziehen sich auf die RNT in Oszillatorbasis)

M3 UEBERGANGSWAHRSCHEINLICHKEITEN UND MOMENTE IN DEN A=208, Z=82, N=125 NACHBARKERNEN

T3(PROTON)=+1/2, T3(NEUTRON)=-1/2

SEM=REDUZIERTES MATRIXELEMENT IM EINTEILCHENMODELL

SEM UND KORREKTUR DAZU SIND IN EINHEITEN SQRT(MEV**FERMI** 7)

UEBERGAENGE IM (A+1)-KERN

N L J	T3	-> N L J	T3	SEM	KORREKTUR
3 P 3/2 1/2		3 P 3/2 1/2		0.7279E 02	-0.1121E 02
3 P 1/2 1/2		2 F 5/2 1/2		-0.2452E 01	0.1716E C1
3 P 1/2 1/2		2 F 7/2 1/2		0.5528E 02	-0.1131E C2
3 P 3/2 1/2		2 F 5/2 1/2		-0.8664E 01	0.2663E C1
3 P 3/2 1/2		2 F 7/2 1/2		0.6158E 02	-0.9172E C1
3 P 3/2 1/2		1 H 9/2 1/2		0.0	-0.3742E 00
2 F 5/2 1/2		2 F 5/2 1/2		-0.2195E 01	0.4205E C1
2 F 5/2 1/2		2 F 7/2 1/2		0.3208E 02	-0.8367E 01
2 F 7/2 1/2		2 F 7/2 1/2		0.8549E 02	-0.1054E 02
2 F 5/2 1/2		1 H 9/2 1/2		0.1363E 01	0.5142E 01
2 F 7/2 1/2		1 H 9/2 1/2		-0.1021E C2	0.4670E 01
1 H 5/2 1/2		1 H 9/2 1/2		0.8864E 01	0.9570E C1
1 I 13/2 1/2		1 I 13/2 1/2		0.1552E C3	-0.1384E C2
4 S 1/2 -1/2		3 D 5/2 -1/2		-0.5147E 02	0.7621E 01
2 G 7/2 -1/2		4 S 1/2 -1/2		0.0	-0.3431E-C1
3 D 3/2 -1/2		3 D 3/2 -1/2		0.8220E 01	-0.9397E 00
3 D 3/2 -1/2		3 D 5/2 -1/2		-0.2685E 02	0.3816E 01
3 D 5/2 -1/2		3 D 5/2 -1/2		-0.4932E 02	0.8070E 01
3 D 3/2 -1/2		2 G 7/2 -1/2		0.1327E C2	-0.1673E G1
3 D 7/2 -1/2		2 G 9/2 -1/2		-0.5936E 02	0.1086E C2
2 G 7/2 -1/2		3 D 5/2 -1/2		-0.1533E 02	0.2259E G1
3 D 5/2 -1/2		2 G 9/2 -1/2		-0.4019E 02	0.7786E 01
3 D 5/2 -1/2		1 I 11/2 -1/2		0.0	0.1750E C0
2 G 7/2 -1/2		2 G 7/2 -1/2		0.2263E 02	-0.2678E C1
2 G 7/2 -1/2		2 G 9/2 -1/2		-0.4048E 02	0.7606E C1
2 G 9/2 -1/2		2 G 9/2 -1/2		-0.5160E 02	0.1128E 02
2 G 7/2 -1/2		1 I 11/2 -1/2		0.1724E 02	-0.3514E 01
1 I 11/2 -1/2		2 G 9/2 -1/2		-0.1542E 02	0.3219E 01
1 I 11/2 -1/2		1 I 11/2 -1/2		0.3228E 02	-0.3532E 01
1 J 15/2 -1/2		1 J 15/2 -1/2		-0.6624E 02	0.2084E 02

UEBERGAENGE IM (A-1)-KERN

N L J	T3	-> N L J	T3	SEM	KORREKTUR
2 D 5/2 1/2		3 S 1/2 1/2		0.5409E 02	-0.1214E 02
1 G 7/2 1/2		3 S 1/2 1/2		0.0	-0.8690E-02
2 D 3/2 1/2		2 D 3/2 1/2		-0.2503E 01	0.2304E C1
2 D 5/2 1/2		2 D 3/2 1/2		0.2103E 02	-0.6765E C1
2 D 5/2 1/2		2 D 5/2 1/2		0.6224E 02	-0.1151E 02
1 G 7/2 1/2		2 D 3/2 1/2		-0.1308E 01	0.3908E 01
1 G 7/2 1/2		2 D 5/2 1/2		-0.7909E 01	0.4026E 01
1 G 7/2 1/2		1 G 7/2 1/2		0.1776E 01	0.7187E 01
1 H 11/2 1/2		1 H 11/2 1/2		0.1168E 03	-0.1306E C2
3 P 3/2 -1/2		3 P 3/2 -1/2		-0.4987E 02	0.1078E 02
2 F 5/2 -1/2		3 P 1/2 -1/2		0.6003E C1	-0.1086E 01
2 F 7/2 -1/2		3 P 1/2 -1/2		-0.4159E 02	0.9769E C1
3 P 3/2 -1/2		2 F 5/2 -1/2		-0.1074E 02	0.2172E C1
2 F 7/2 -1/2		3 P 3/2 -1/2		-0.3602E 02	0.8516E 01
1 H 9/2 -1/2		3 P 3/2 -1/2		0.0	0.1081E 00
2 F 5/2 -1/2		2 F 5/2 -1/2		0.1425E C2	-0.2379E C1
2 F 7/2 -1/2		2 F 5/2 -1/2		-0.3004E 02	0.6862E 01
2 F 7/2 -1/2		2 F 7/2 -1/2		-0.4314E C2	0.1182E C2
1 H 9/2 -1/2		2 F 5/2 -1/2		0.1292E C2	-0.2920E 01
1 H 9/2 -1/2		2 F 7/2 -1/2		0.1266E 02	-0.3329E 01
1 H 9/2 -1/2		1 H 9/2 -1/2		0.2408E 02	-0.2741E C1
1 I 13/2 -1/2		1 I 13/2 -1/2		-0.5612E C2	0.2049E C2

(Die Angaben beziehen sich auf die RNT in Oszillatorbasis)

M4 UEBERGANGSWAHRSCHEINLICHKEITEN UND MOMENTE IN DEN A=208, Z=82, N=126 NACHBARKERNEN

T3(PROTON)=+1/2, T3(NEUTRON)=-1/2

SEM=REDUZIERTES MATRIXELEMENT IM EINEITEILCHENMODELL

SEM UND KORREKTUR DAZU SIND IN EINHEITEN SQRT(MEV*FERMI** 9)

UEBERGAENGE IM (A+1)-KERN

N	L	J	T3	->	N	L	J	T3	SEM	KORREKTUR
2	F	5/2	1/2		1	I	13/2	1/2	0.9126E 03	-0.1732E 03
1	I	13/2	1/2		2	F	7/2	1/2	0.7854E 03	-0.9222E 02
1	I	13/2	1/2		1	H	9/2	1/2	-0.5205E 03	0.1485E 03
2	G	7/2	-1/2		1	J	15/2	-1/2	-0.8773E 03	0.1743E 03
1	J	15/2	-1/2		2	G	9/2	-1/2	-0.4522E 03	0.1025E 03
1	J	15/2	-1/2		1	I	11/2	-1/2	0.6033E 03	-0.1407E 03

UEBERGAENGE IM (A-1)-KERN

N	L	J	T3	->	N	L	J	T3	SEM	KORREKTUR
1	H	11/2	1/2		2	D	3/2	1/2	0.6545E 03	-0.1540E 03
2	D	5/2	1/2		1	H	11/2	1/2	0.5779E 03	-0.9384E 02
1	G	7/2	1/2		1	H	11/2	1/2	-0.3719E 03	0.1315E 03
1	I	13/2	-1/2		2	F	5/2	-1/2	-0.6735E 03	0.1735E 03
2	F	7/2	-1/2		1	I	13/2	-1/2	-0.3765E 03	0.1111E 03
1	H	9/2	-1/2		1	I	13/2	-1/2	0.4541E 03	-0.1309E 03

(Die Angaben beziehen sich auf die RNT in Oszillatorbasis)

Literaturverzeichnis.

- Ab63 A.A.Abrikosov, L.P.Gorkov und J.E.Dzyaloshinski,
"Methods of Quantum Field Theory in Statistical
Physics", Pergamon Press, Oxford 1963
- Ab65 M.Abramowitz und I.Stegun, "Handbook of Mathe-
matical Functions", Dover Publications, New York
1965
- AH73 A.Arima und L.J.Huang-Lin, "Proceedings of the
International Conference on Nuclear Moments and
Nuclear Structure", Osaka Sept.1972, Suppl.J.Phys.
Soc.Jap. 34 (1973) 528
- Ba62 G.Baym, Phys.Rev. 127 (1962) 1391
- BER75 R.Bauer, K.Ebert, P.Ring, W.Theis, E.Werner und
W.Wild, Z.Physik A274 (1975) 41
- BFF72 C.V.K.Baba, T.Faestermann, D.B.Fossan und D.Proetel,
Phys.Rev.Lett. 29 (1972) 496
- BG57 H.A.Bethe und J.Goldstone, Proc.Roy.Soc. A238 (1957)
551
- BG65 G.E.Brown und A.M.Green, Phys.Lett. 15 (1965) 168
- BGW58 K.A.Brueckner, J.L.Gammel und H.Weitzner,
Phys.Rev. 110 (1958) 431
- BHL62 G.Breit, M.H.Hull, K.E.Lassila, K.D.Pyatt, Jr. und
H.M.Ruppel, Phys.Rev. 128 (1962) 826
- BK61 G.Baym und L.P.Kadanoff, Phys.Rev. 124 (1961) 287
- BK62 G.Baym und L.P.Kadanoff, "Quantum Statistical
Mechanics", Benjamin, New York 1962
- BKR73 R.Bauer, V.Klemt, P.Ring, J.Speth, E.Werner und
T.Yamazaki, "Proceedings of the International
Conference on Nuclear Moments and Nuclear Structure",
Osaka Sept.1972, Suppl.J.Phys.Soc.Jap. 34 (1973) 530
- BLPP70 R.A.Brogia, J.S.Lilley, R.Perazzo und W.R.Phillips,
Phys.Rev. C1 (1970) 1508
- BLR61 K.A.Brueckner, A.M.Lockett und M.Rotenberg,
Phys.Rev. 121 (1961) 255

- BM62 A.Bohr und B.R.Mottelson,"Lectures on Nuclear Structure and Energy Levels",Institute for Theoretical Physics and Nordita,Kopenhagen 1962 (siehe auch J.Blomqvist,N.Freed und H.O.Zetterström,Phys.Lett. 18 (1965) 47)
- BM69 A.Bohr und B.R.Mottelson,"Nuclear Structure", Vol.I,Benjamin,New York 1969
- BP69 A.R.Barnett und W.R.Phillips,Phys.Rev. 186 (1969) 1205
- Br58 K.A.Brueckner,"The Many-Body Problem",Les Houches 1958,Wiley,New York 1958
- BS68 G.Baumgärtner und P.Schuck,"Kernmodelle",Bibliographisches Institut,Mannheim 1968
- BW63 W.Brenig und H.Wagner,Z.Physik 173 (1963) 484
- C69 M.Chentob,Nucl.Phys. A123 (1969) 449
- CC64 C.R.Cothern und R.D.Connor,Can.J.Phys. 42 (1964) 1798
- CF75 D.J.Crozier und H.T.Fortune,Phys.Rev. C11 (1975) 308
- CPT60 J.Carter,W.Pinkston und W.True,Phys.Rev. 120 (1960) 504
- DHH75 D.J.Donahue,O.Häusser,R.L.Hershberger,R.Lutter und F.Riess,Phys.Rev. C12 (1975) 1547
- DW60 S.D.Drell und J.D.Walecka,Phys.Rev. 120 (1960) 1069
- EBEC71 C.Ellegaard,P.D.Barnes,R.Eisenstein und T.R.Canada, Phys.Lett. 35B (1971) 145
- Ed64 A.R.Edmonds,"Drehimpulse in der Quantenmechanik", Bibliographisches Institut,Mannheim 1964
- EL67 P.M.Endt und C.Van Der Leun,Nucl.Phys. A105 (1967) 1
- Em71 K.Emrich,Nucl.Phys. A160 (1971) 1
- ES55 J.P.Elliot und T.H.R.Skyrme,Proc.Roy.Soc. A232 (1955) 561
- ESR65 J.M.Eisenberg,B.M.Spicer und M.E.Rose,Nucl.Phys. 71 (1965) 273
- EW72 G.Eckart und M.Weigel,Phys.Rev. C6 (1972) 1435

- Fa59 U.Fano und G.Racah,"Irreducible Tensorial Sets",
Academic Press, New York 1959
- FH072 H.Fuchs, H.Homeyer, J.Oeschler, R.Lipperheide und
K.Möhring, Nucl.Phys. A196 (1972) 286
- FMB75 H.T.Fortune, L.R.Medsker, J.N.Bishop und S.C.Headly,
Phys.Rev. C11 (1975) 304
- FW71 A.L.Fetter und J.D.Walecka, "Quantum Theory of Many
Particle Systems", Mc Graw Hill, New York 1971
- FW72 H.Freiesleben und R.Weibezahn, Nucl.Phys. A184
(1972) 273
- Ga76 H.Gall, private Mitteilung
- GDH71 E.Grosse, M.Dost, K.Haberkant, J.W.Hertel, H.V.Klapdor,
H.J.Körner, D.Proetel und P.von Brentano, Nucl.Phys.
A174 (1971) 525
- GG566 V.Gillet, A.M.Green und E.A.Sanderson, Nucl.Phys.
88 (1966) 321
- GJKS64 S.Gustavson, K.Johansson, E.Karlsson, Å.G.Svensson,
Phys.Lett. 10 (1964) 191
- GK64 I.M.Govil und C.S.Khurana, Nucl.Phys. 60 (1964) 666
- Ha69 P.K.Haug, Dissertation, Johann Wolfgang Goethe Uni-
versität zu Frankfurt/Main 1969
- HB70 R.J.Hull und G.O.Brink, Phys.Rev. 1A (1970) 685
- HF074 O.Häusser, D.B.Fossan, A.Olin, D.Ward, W.Witthun und
R.E.Werner, Nucl.Phys. A225 (1974) 425
- HFS69 J.W.Hertel, D.G.Fleming, J.P.Schiffer und H.E.Gove,
Phys.Rev.Lett. 23 (1969) 488
- HH58 M.Hugenholtz und L.Van Hove, Physica 24 (1958) 363
- HHM66 P.V.Hewka, C.H.Holbrow und R.Middleton, Nucl.Phys.
88 (1966) 561
- HKW72 O.Häusser, F.C.Khanna und D.Ward, Nucl.Phys. A194
(1972) 113
- HKW72b O.Häusser, F.C.Khanna und D.Ward, "Proceedings of
the International Conference on Nuclear Moments
and Nuclear Structure", Osaka Sept.1972, Suppl.J.
Phys.Soc.Jap. 34 (1973) 278

- HOWW73 O.Häusser, A.Olin, D.Ward und W.Witthun, Phys.Lett.
45B (1973) 247
- Jo63 H.P.Jolly, Jr., Phys.Lett. 5 (1963) 289
- K70 H.J.Körner, private Mitteilung an (KS71)
- KAB66 H.J.Körner, K.Auerbach, J.Braunsfurth und E.Gerdau,
Nucl.Phys. 86 (1966) 395
- KBGH70 H.V.Klapdor, P.von Brentano, E.Grosse und K.Haberkant,
Nucl.Phys. A152 (1970) 263
- KD70 A.P.Komar et al., Dokl.Akad.Nauk.SSSR 191 (1970) 61
- KKG73 W.Kratschmer, H.V.Klapdor und E.Grosse, Nucl.Phys.
A201 (1973) 179
- KS71 V.Klemt und J.Speth, Nucl.Phys. A161 (1971) 273
- KSn68 E.Kashy und J.L.Snelgrove, Phys.Rev. 172 (1968) 1124
- KVZ71 G.A.Korolev, A.A.Vorobyov und Yu.K.Zalite, Nucl.Instr.
97 (1971) 323
- LBF73 M.B.Lewis, F.E.Bertrand und C.B.Fulmer, Phys.Rev. C7
(1973) 1966
- LE66 J.Letourneux und J.M.Eisenberg, Nucl.Phys. 85 (1966)
119
- LL70 D.A.Landmann und A.Lurio, Phys.Rev. A1 (1970) 1330
- Mig66 A.B.Migdal, "Many-Body Description of Nuclear Structure
and Reactions", Hrsg.C.Bloch, Academic Press, New York
1966
- Mig67 A.B.Migdal, "Theory of Finite Fermi Systems and
Applications to Atomic Nuclei", Interscience Publishers,
New York 1967
- Mig68 A.B.Migdal, "Nuclear Theory: The Quasiparticle Method",
Benjamin, New York 1968
- Miy72 H.Miyazawa, "Proceedings of the International Con-
ference on Nuclear Moments and Nuclear Structure",
Osaka Sept.1972, Suppl.J.Phys.Soc.Jap. 34 (1973) 10
- Mo59 M.Moshinsky, Nucl.Phys. 13 (1959) 104
- MT72 C.W.Ma und W.W.True, Phys.Rev. U8 (1973) 97
- NDS71 Nuclear Data Sheets B5, Vol.3 (1971)

- NHB72 K.Nakai, B.Herskind, J.Blomqvist, A.Filevich,
K.G.Rensfelt, U.J.Sztarkier, I.Bergström und
S.Nagamiya, Nucl.Phys. A189 (1972) 526
- No64 P.Nozières, "Theory of Interacting Fermi Systems",
Benjamin, New York 1964
- NW72a H.Nopre und E.Werner, Z.Physik 254 (1972) 345
- NW72b H.Nopre und E.Werner, Z.Physik 257 (1972) 410
- NW74 H.Nopre und E.Werner, Z.Physik 267 (1974) 165
- OAT76 T.Otsubo, I.Asada, M.Takeda, M.Tsuda und Y.Oda,
Nucl.Phys. A259 (1976) 452
- PR66 R.Puff, A.S.Reiner und L.Wilets, Phys.Rev. 149
(1966) 778
- Pu61 R.Puff, Ann.Phys. 13 (1961) 317
- RB73 P.Ring, R.Bauer und J.Speth, Nucl.Phys. A206
(1973) 97
- RP63 J.Reynolds und R.Puff, Phys.Rev. 130 (1963) 1877
- RS73 P.Ring und J.Speth, Phys.Lett. 44B (1973) 97
- RS74 P.Ring und J.Speth, Nucl.Phys. A235 (1974) 315
- S65 P.Salling, Phys.Lett. 17 (1965) 139
- SA71 M.R.Schmorak und R.L.Auble, Nucl.Data B5 (1971)
- Sc64 T.D.Schultz, "Quantum Field Theory and the Many-
Body Problem", Gordon and Breach, New York 1964
- Sk59 T.H.R.Skyrme, Nucl.Phys. 9 (1959) 615
- ST63 A.de Shalit und I.Talmi, "Nuclear Shell Theory",
Academic Press, New York 1963
- ST72 F.J.Schroeder und H.Toschinski, "Proceedings of
the International Conference on Nuclear Moments
and Nuclear Structure", Osaka Sept.1972, Suppl.J.
Phys.Soc.Jap. 34 (1973) 271
- Sw61 S.S.Schweber, "Relativistic Quantum Field Theory",
Row, Peterson and Comp., Evanston 1961
- Ta64 F.Tabakin, Ann.Phys. (N.Y.) 30 (1964) 51
- Th61 D.J.Thouless, Nucl.Phys. 22 (1961) 78
- TMP71 W.W.True, C.W.Ma und W.T.Pinkston, Phys.Rev. C3
(1971) 2421

- We69 G.Wegmann,Phys.Lett. 29B (1969) 218
WE70 E.Werner und K.Emrich,Z.Physik 236 (1970) 464
We171 M.Weigel,L.Garside und P.K.Haug,Phys.Rev. C3
(1971) 563
We172 M.Weigel,Fortschritte d.Physik 20 (1972) 595
WW71 M.Weigel und G.Wegmann,Fortschritte d.Physik
19 (1971) 451
Ya54 Y.Yamaguchi,Phys.Rev. 95 (1954) 1628
YNN70 T.Yamazaki,T.Nomura,S.Nagamiya und T.Katou,
Phys.Rev.Lett. 25 (1970) 547
Za65 L.Zamick,Phys.Lett. 19 (1965) 580
Ze71 B.Zeitnitz,H.Dubenkropp,R.Putzki,G.Kirouac,
S.Cierjacks,J.Nebe und C.Dover,Nucl.Phys.
A166 (1971) 443
ZP68 J.F.Ziegler und G.A.Peterson,Phys.Rev. 165 (1968)
1337
ZW69 D.Zawischa und E.Werner,Nucl.Phys. A125 (1969) 383

Herrn Prof. Dr. G. Süßmann danke ich für sein förderndes Interesse an dieser Arbeit.

Durch seine Bereitwilligkeit, alle auftauchenden Probleme zu klären - darunter auch solche, die nicht physikalischer Art waren - hat mir Herr Prof. Dr. M. Weigel geholfen. Dafür und für sein freundliches Verständnis möchte ich Ihm danken.

Für klärende Hinweise fühle ich mich Herrn Dr. J. Winter zu Dank verpflichtet.

Herrn Dr. G. Eckart schulde ich für viele Diskussionen und für seine Hilfsbereitschaft großen Dank.

Herrn Dr. P. K. Haug danke ich für die Überlassung von Programmen.

Diese Arbeit wurde durch ein Graduiertenstipendium des Bundes unterstützt.

Pour sa patience envers un théoricien souvent dans les nuages et son aide pendant ces trois années, je dois remercier ma femme Annie, et je sens que je dois m'excuser auprès de ma fille Catherine, pour ne pas toujours avoir agi en père très attentif.

Lebenslauf.

Am 9. August 1944 wurde ich als Sohn des Dr. Ing. Gerhard Schwesinger und dessen Ehefrau Elisabeth Schwesinger, geb. Maischein, in Jena/Thüringen geboren. Von 1948 bis 1953 lebte ich in den USA und besuchte dort bis zur vierten Klasse die "Public School" in Little Silver, New Jersey. Anschließend war ich bis 1954 Schüler der Volksschule in Heidenheim/Brenz und bis April 1964 Schüler des Hellensteingymnasiums in Heidenheim/Brenz, wo ich die Reifeprüfung ablegte. Vom Sommersemester 1964 bis zum Wintersemester 1966 studierte ich an der Technischen Hochschule in Karlsruhe Physik, wo ich die Diplomvorprüfung im November 1966 bestand. An der Universität München setzte ich im Wintersemester 1966 mein Studium fort, das ich durch eine Diplomarbeit in theoretischer Physik am Lehrstuhl Prof. Dr. G. Süßmann und durch die Diplomhauptprüfung im Februar 1971 abschloß. Im April 1971 fand die Eheschließung mit Annie Jeanne Marie Guilbert statt. Zu dieser Zeit war ich seit 1.3.1971 als wissenschaftlicher Mitarbeiter für einen Forschungsauftrag am mathematischen Institut für Informatik der Technischen Universität München angestellt. Nach Beendigung dieser Arbeit am 30. September 1973 begann ich die Anfertigung der Dissertation am Institut für theoretische Physik (Lehrstuhl Prof. Dr. G. Süßmann). Im Verlaufe dieser Arbeit wurde am 11.1.1974 unsere Tochter Catherine Schwesinger geboren.

